

Engineering Tools Bachelor
Sommersemester 2015
Teil MAXWELL

Zusammenfassung

Oliver Mönnich, M. Sc.
moennich@fmt.tu-berlin.de

EW 132

030-314-24196

Abschlusstest

Freitag, 3. Juli 2015 um 14:15 s.t.

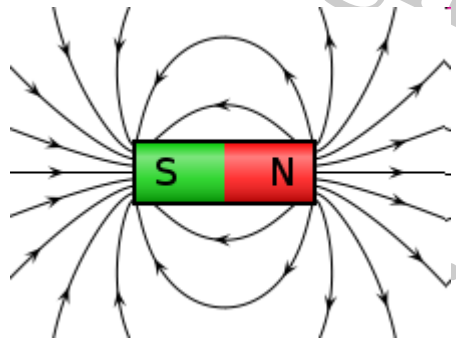
im Hörsaal H 105 (Audimax)

Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

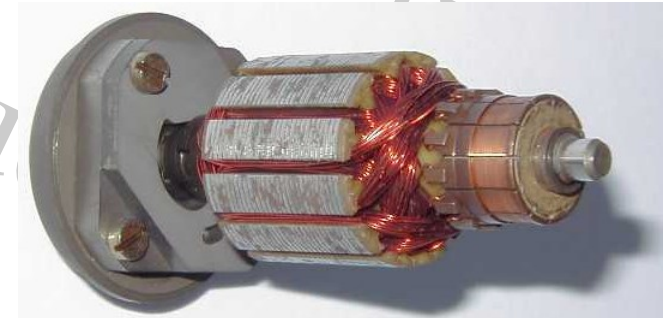
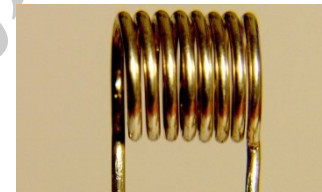
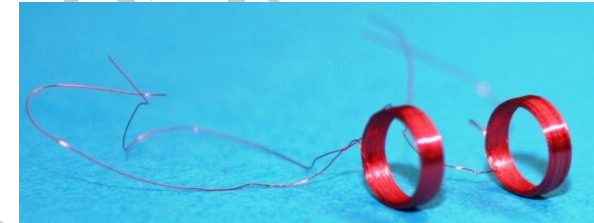
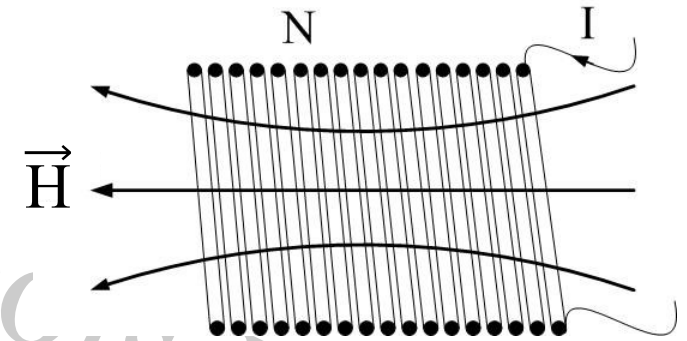
Magnetische Grundlagen

Bereitstellung von magnetischen Feldern

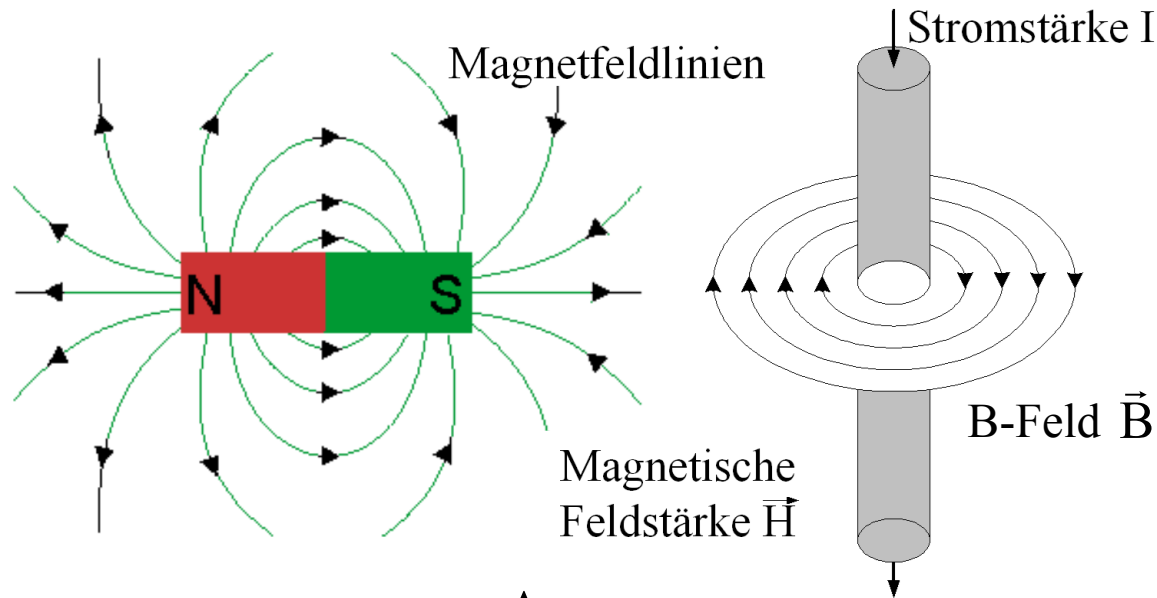
Permanentmagnete



Spulen



Magnetische Größen

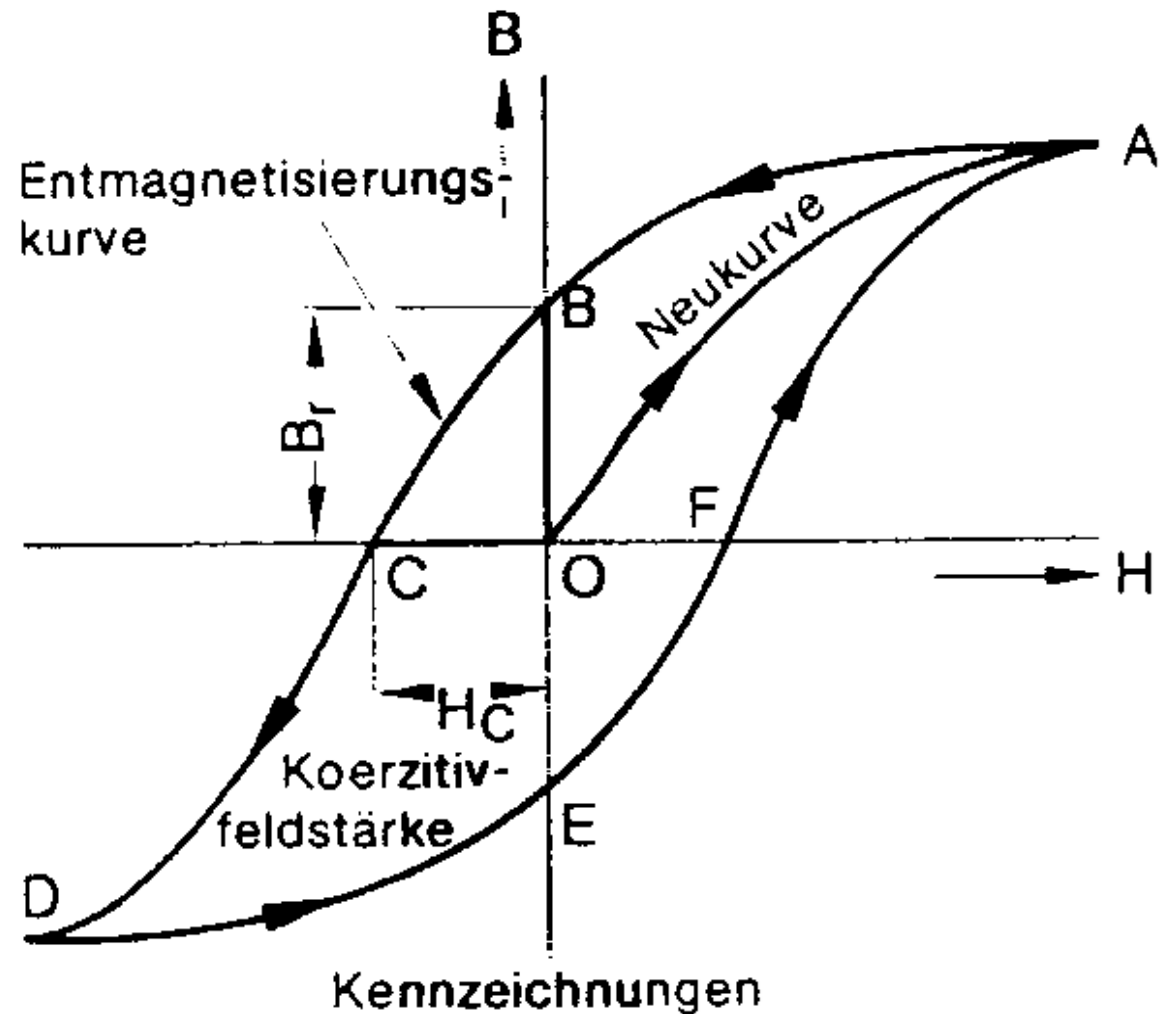
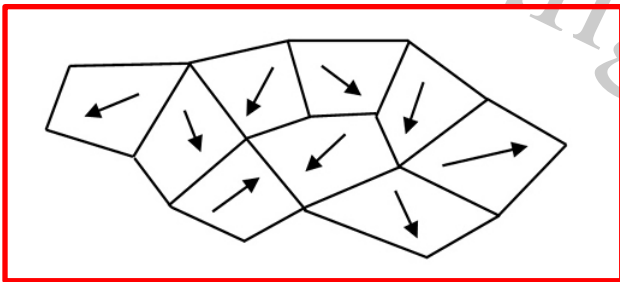
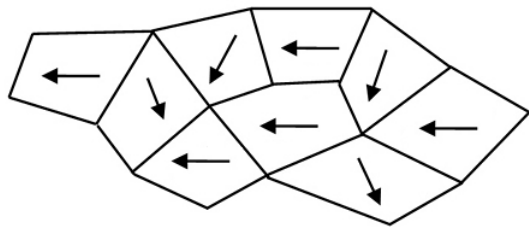
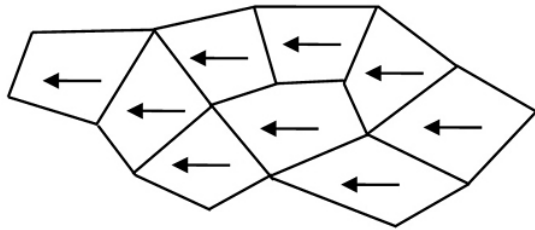


- \vec{H} Magnetische Feldstärke [$\frac{A}{m}$]
- \vec{B} Magnetische Flussdichte, magnetische Induktion, B-Feld [T]
- $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ Proportionalitätsfaktor μ Permeabilität
- $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ Vakuumpermeabilität $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{H}{m} = 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{Vs}{Am}$
- Relative Permeabilität $\mu_r = \mu_r(H)$ (werkstoffabhängig)

BH - Kurve ferromagnetischer Materialien

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \mu_r = \mu_r(H)$$

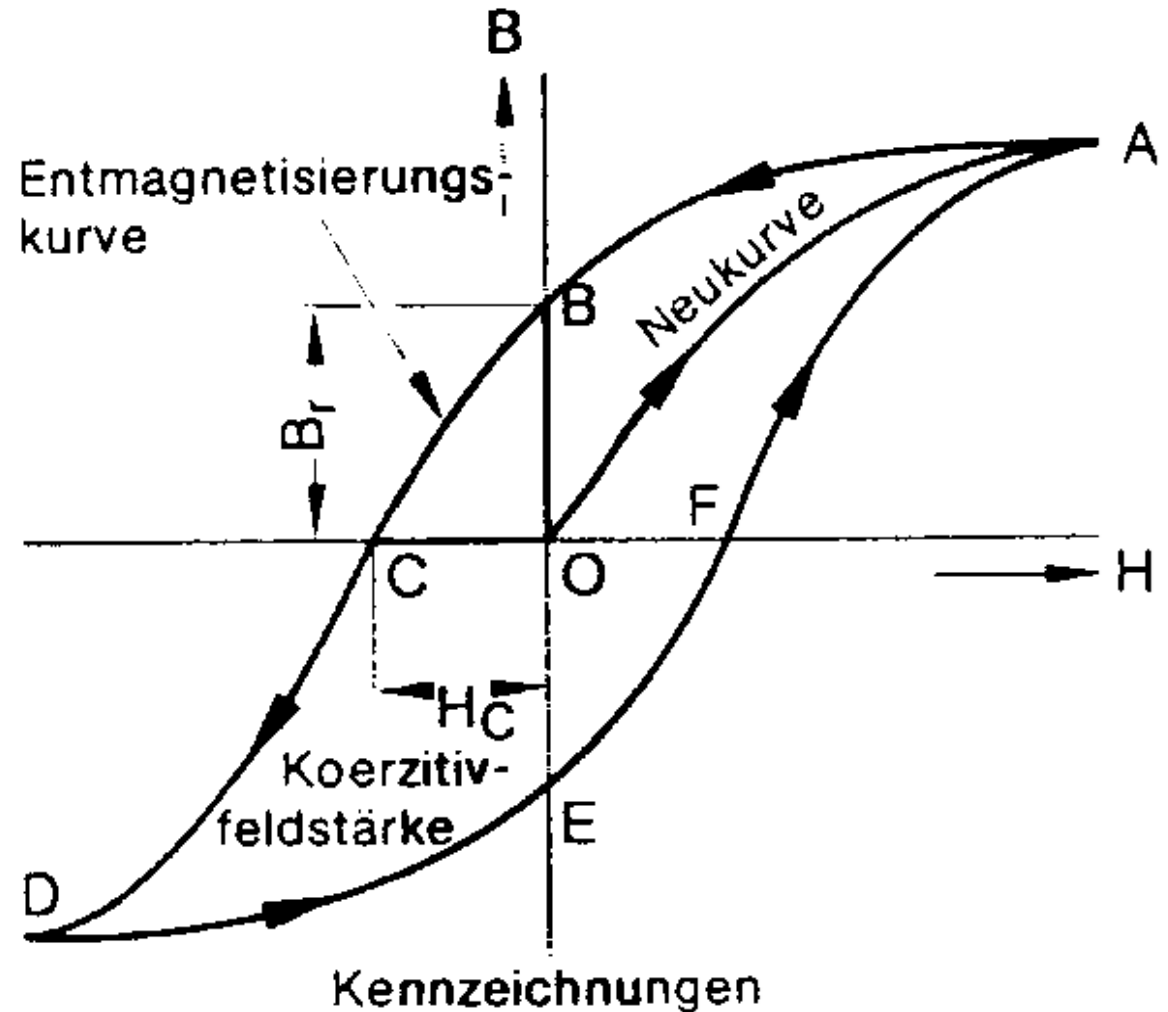
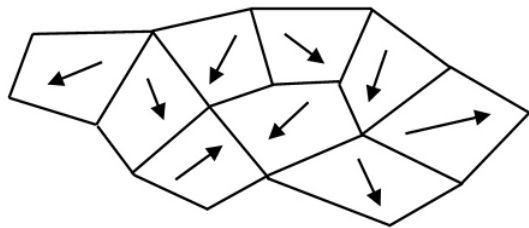
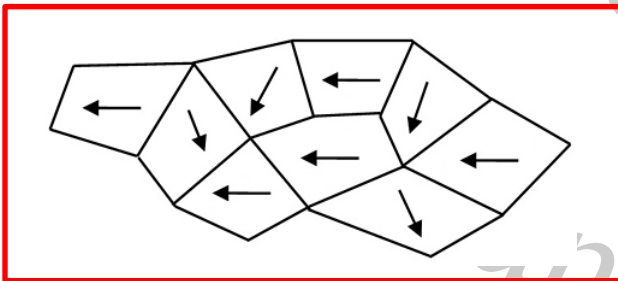
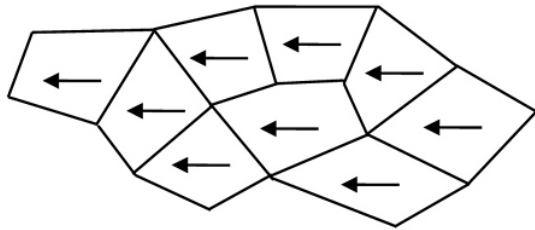
Ausrichten der
Weißchen Bezirke



BH - Kurve ferromagnetischer Materialien

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \mu_r = \mu_r(H)$$

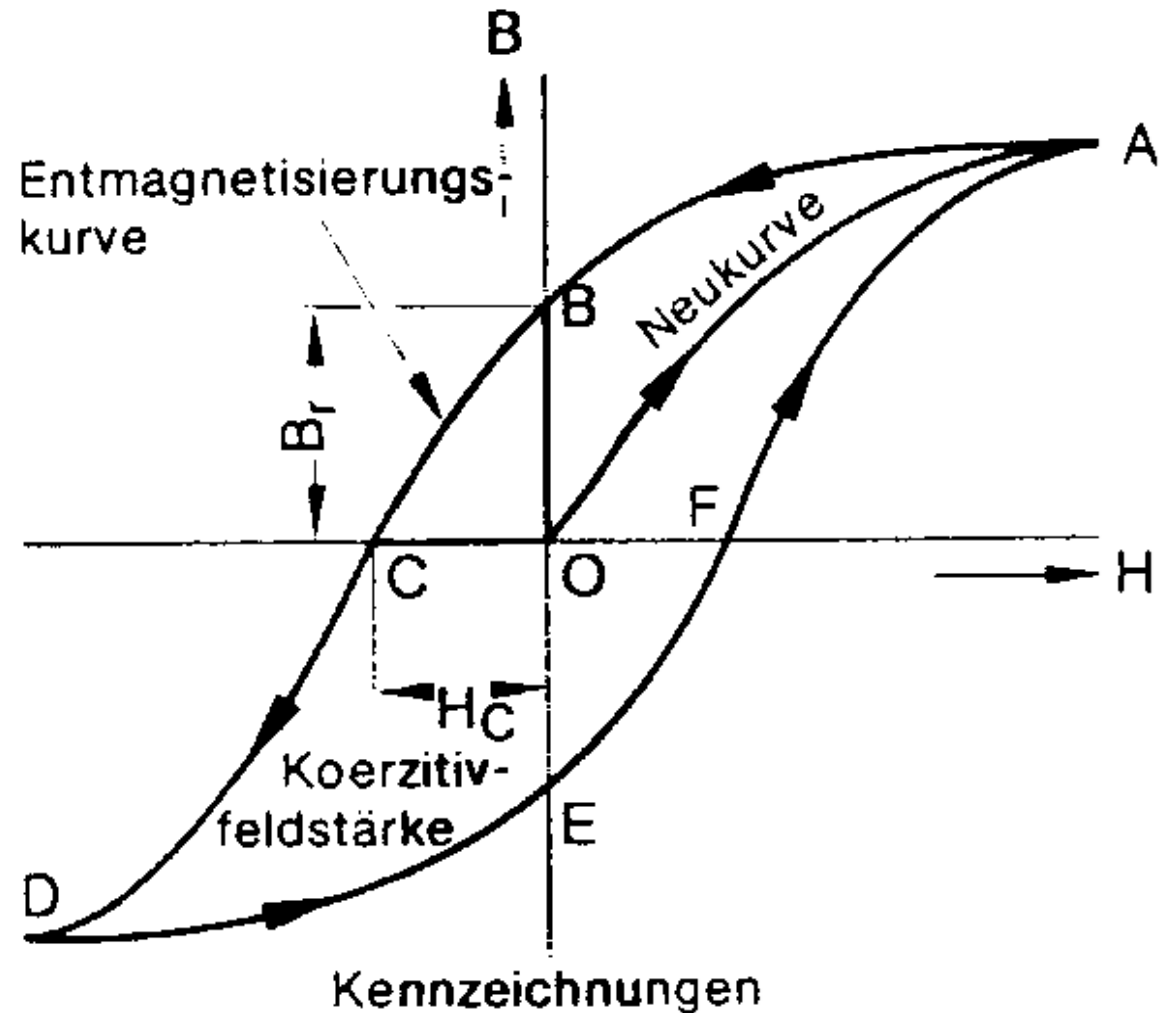
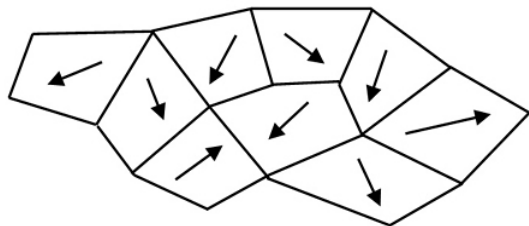
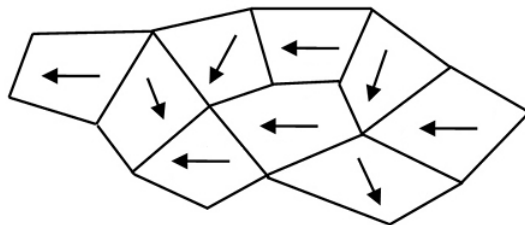
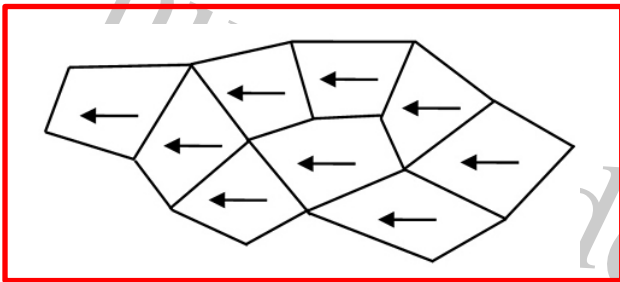
Ausrichten der
Weißchen Bezirke



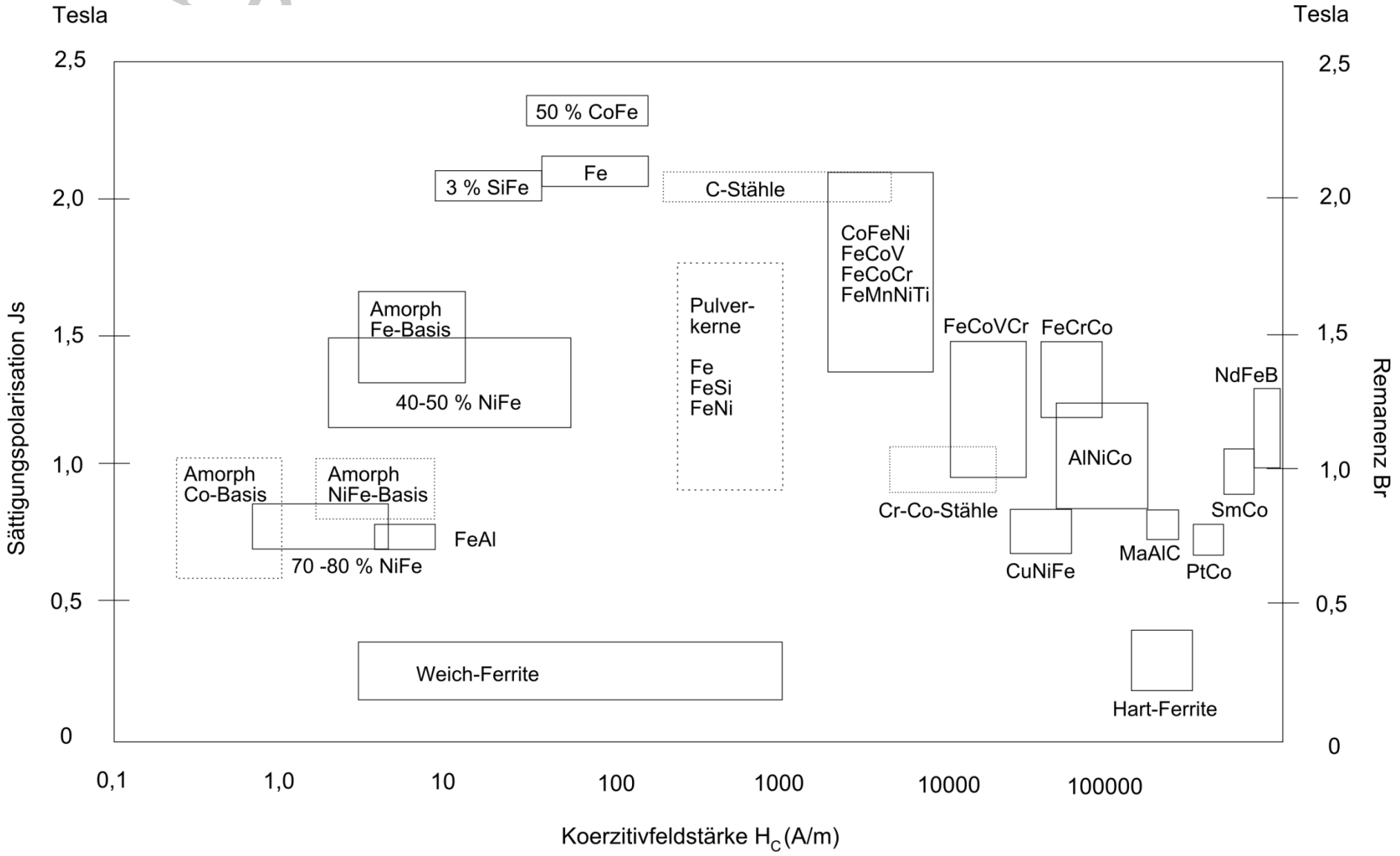
BH - Kurve ferromagnetischer Materialien

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \mu_r = \mu_r(H)$$

Ausrichten der
Weißchen Bezirke



Übersicht ferromagnetischer Materialien



Magnetkräfte

Es gibt zwei Arten von Kräften,
die durch Magnetfelder verursacht werden:

- Lorentzkraft
- Reluktanzkraft
magnetische Grenzflächenkraft
Maxwell'sche Zugkraft

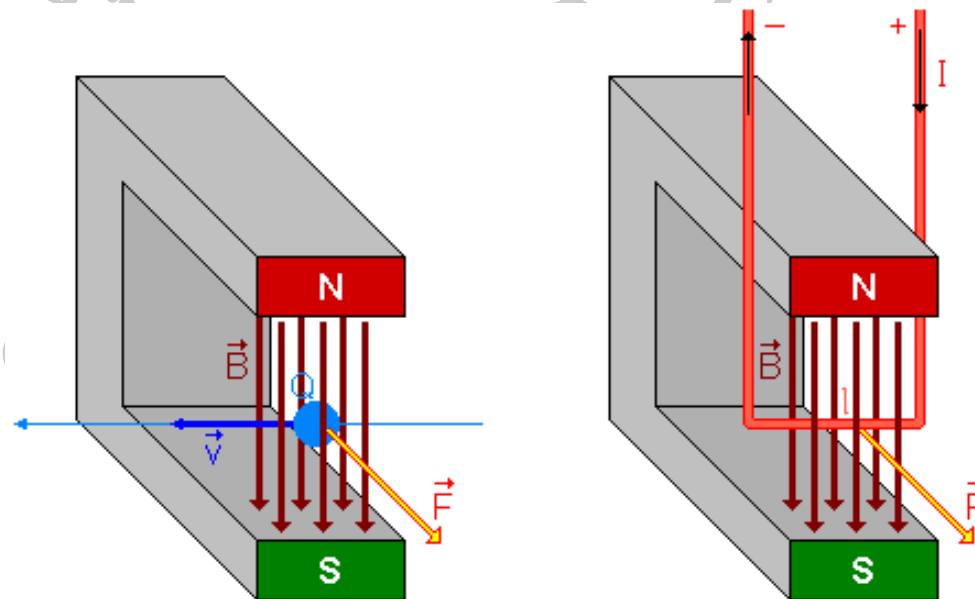
Magnetkräfte

Es gibt zwei Arten von Kräften,
die durch Magnetfelder verursacht werden:

- Lorentzkraft
 - Kraft auf bewegte Ladungsträger im Magnetfeld
- Reluktanzkraft
 - magnetische Grenzflächenkraft, Maxwell'sche Zugkraft

Lorentzkraft

Die Lorentzkraft ist die Kraft, die eine bewegte Ladung im magnetischen Feld erfährt. Sie wirkt senkrecht zum magnetischen Feld und senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladung



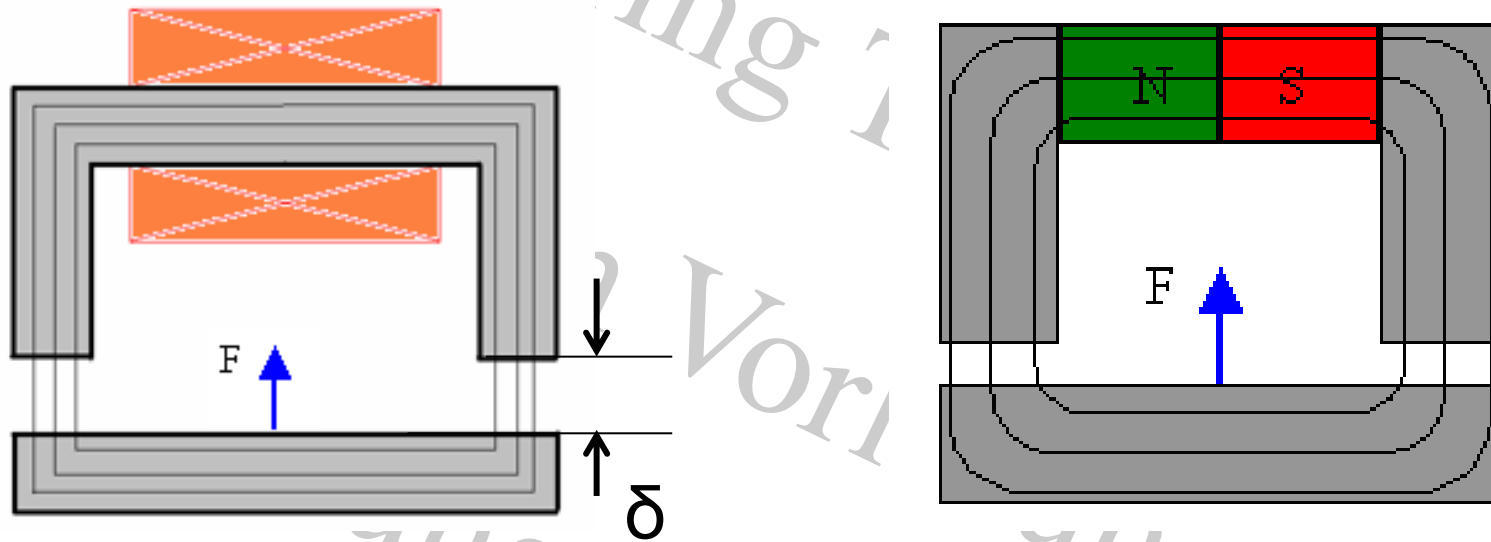
$$F_L = Q \cdot v \times B$$

$$F_L = I \cdot l \times B$$

$$F_L \sim I ; F_L \sim B$$

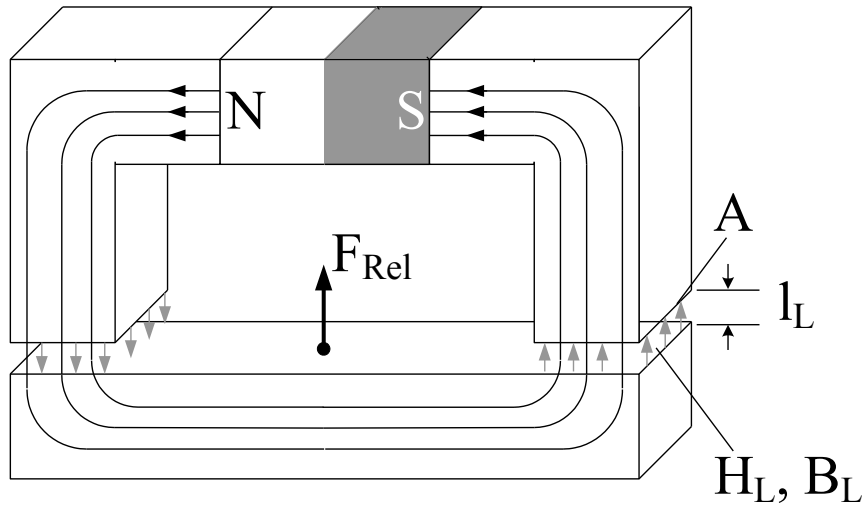
Reluktanzkraft - Maxwell'sche Zugkraft

Die Reluktanzkraft entsteht anschaulich dadurch, dass Magnetfeldlinien bestrebt sind, sich zu verkürzen.



$$F_{\text{Rel}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_L} A \quad ; \quad F_{\text{Rel}} \sim B^2 \quad ; \quad F_{\text{Rel}} \sim \frac{1}{\delta^2}$$

Reluktanzkraft - Maxwell'sche Zugkraft

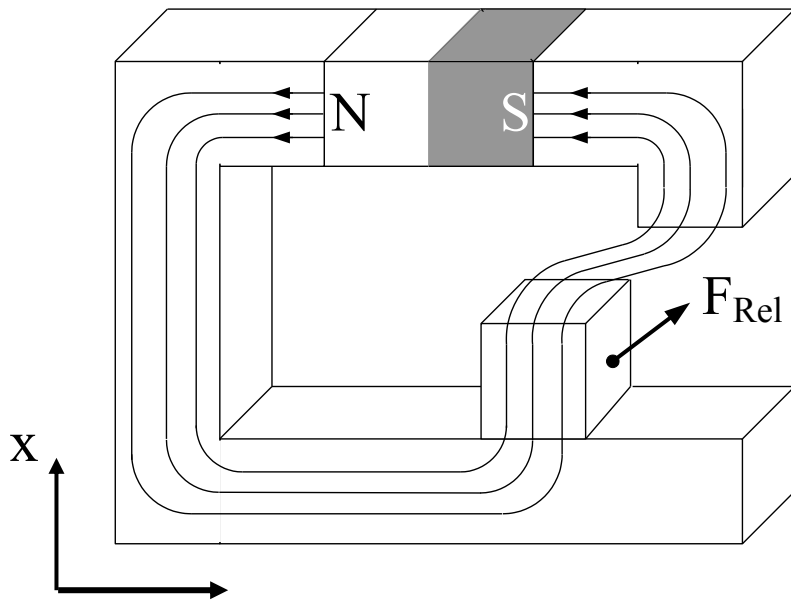


Magnetische Feldenergie:

$$W = \int_V \frac{1}{2} H \cdot B \cdot dV = \int_V \frac{1}{2} \frac{B_L^2}{\mu_L} \cdot dV$$

Reluktanzkraft:

$$F = \frac{dW}{dx} \quad \text{hier} \quad F_{\text{Rel}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_L^2}{\mu_0} \cdot A$$



$$F_{\text{Rel}} = ?$$

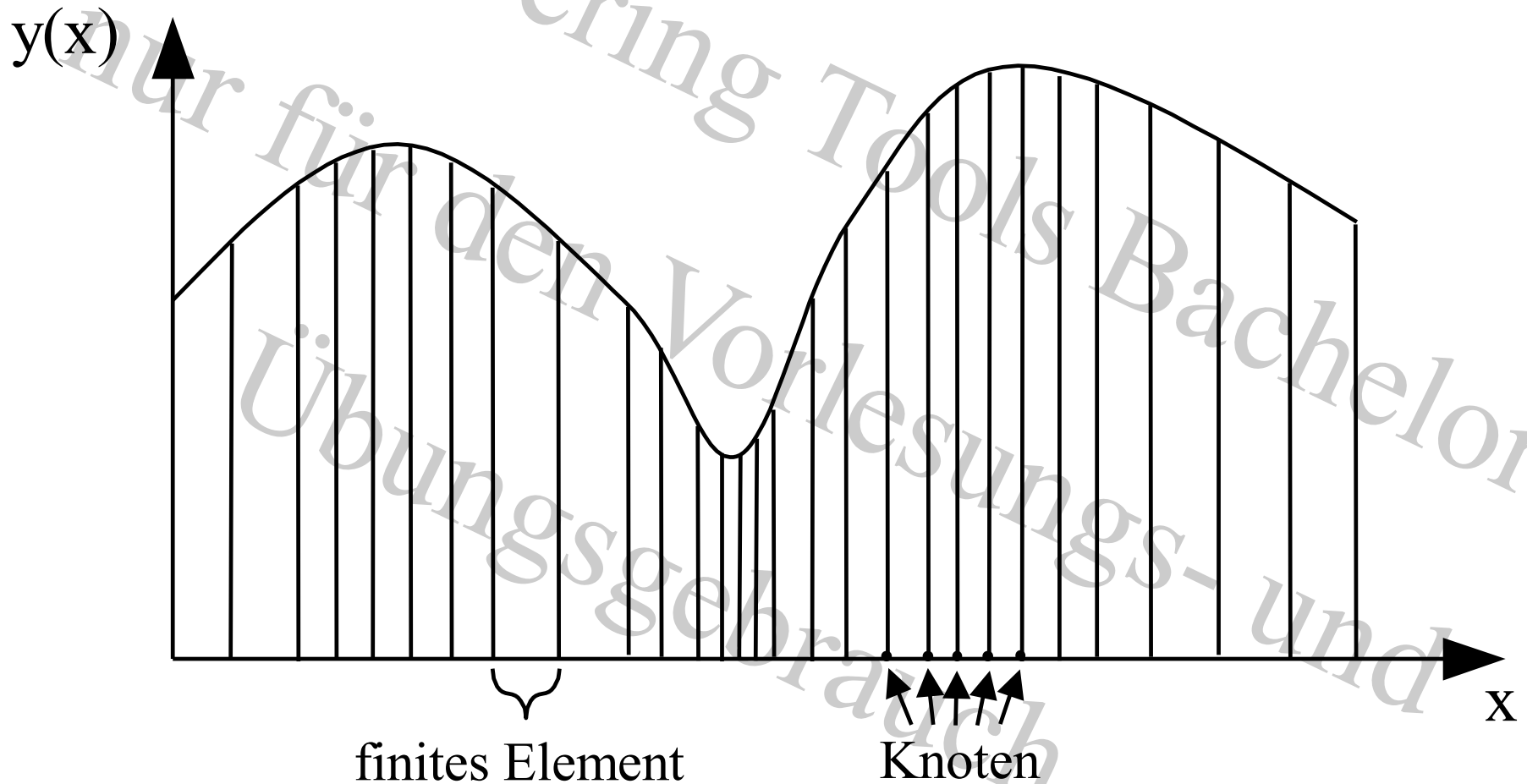
Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

Methode der Finiten Elemente

Die Finite-Elemente-Methode: FEM

- die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen (**PDGLs**)
- Grundlage ist die Unterteilung des Lösungsgebietes in endlich viele Intervalle, die **finiten Elemente**
- auf den Elementen wird die Lösung abschnittsweise durch **Ansatzfunktionen** approximiert (meist Polynome)
Beispiel lineare Ansatzfunktion in 2D:
 $w(x, y) = ax + by + c$ mit unbekanntem Parametern a, b, c
- mit Hilfe der Ansatzfunktionen lässt sich aus einer speziellen Formulierung der PDGL ein **lineares Gleichungssystem** für die unbekanntem Parameter erstellen

Eindimensionales Beispiel



Elementierung

- im Eindimensionalen sind die Elemente Strecken, die Elementgrenzen sind Punkte
- im Mehrdimensionalen sind die Elemente Drei- bzw. Vierecke (2D) und Tetraeder oder Oktaeder (3D), die Elementgrenzen sind Strecken oder Flächen
- je kleiner die Elemente, desto genauer kann im Allgemeinen die exakte Lösung angenähert werden
- in Bereichen starker Krümmung ist es sinnvoll feiner zu elementieren

Schritte einer FEM - Analyse

•Preprocessing

Erstellen der Geometrie

Zuweisen der Materialeigenschaften

Zuweisen von Lasten und Randbedingungen

Elementierung

•Solver

Erstellen des Gleichungssystems

Lösen des Gleichungssystems

•Postprocessing

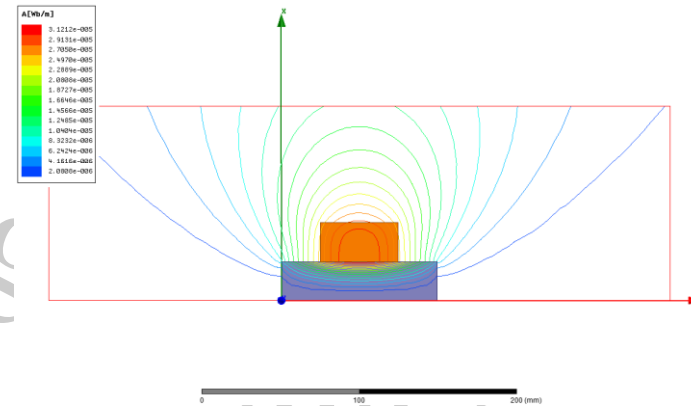
Darstellung der Ergebnisse

Interpretation der Ergebnisse

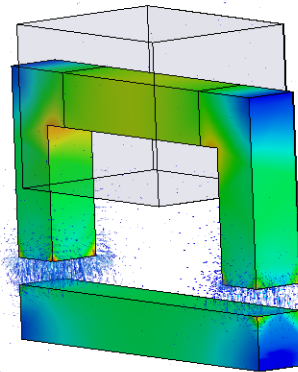
Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

Designs in MAXWELL (Magnetostatik):

- **2D - Designs**



- **3D - Designs**



- **RMxprt - Designs**

- Simulation von Elektromotoren
- wird im Rahmen dieser Veranstaltung nicht näher betrachtet

MAXWELL 2D (Magnetostatik):

In MAXWELL 2D stehen dem Benutzer zwei Koordinatensysteme zur Verfügung:

- das **kartesische XY** und
- das **zylindrische RZ** Koordinatensystem

Kartesische Koordinaten (XY):

FE-Rechnungen von in 2D darstellbaren Modellen
(Modelle ohne Hinterschneidungen, auch 2,5D Körper genannt)

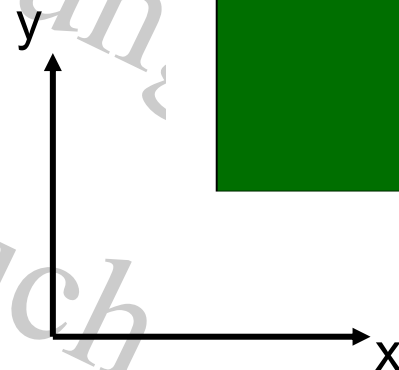
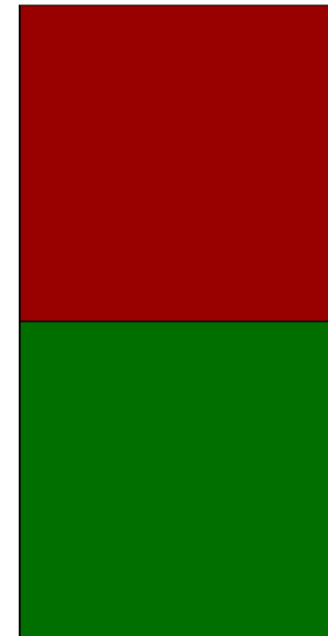
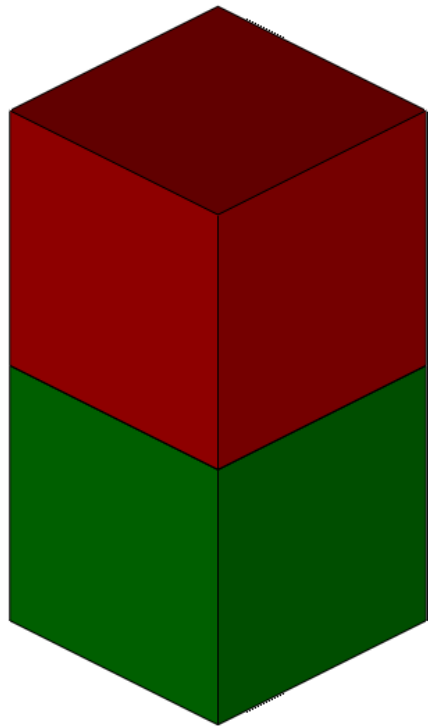
Zylindrische Koordinaten (RZ):

FE-Rechnungen von rotationssymmetrischen Modellen
(In MAXWELL die Koordinaten XZ)

Kartesische Koordinaten (XY): 2,5 dimensionaler Körper

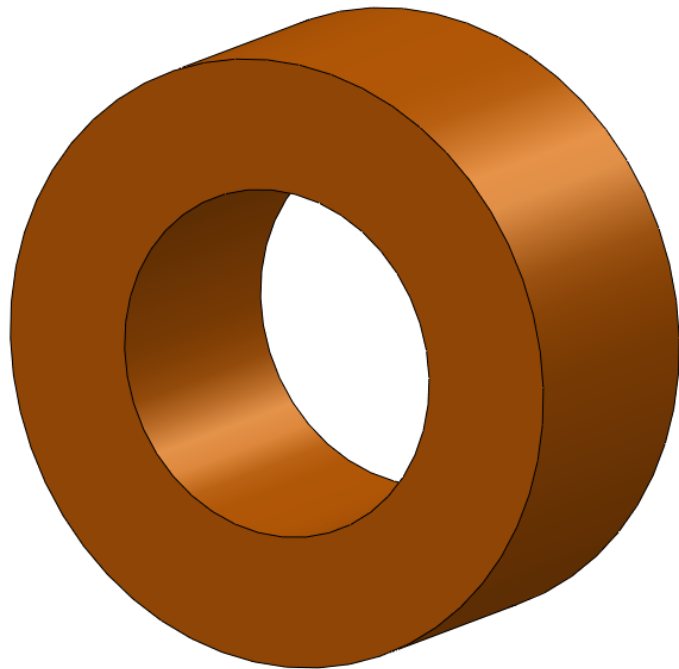
Permanentmagnet: Quader

in MAXWELL 2D

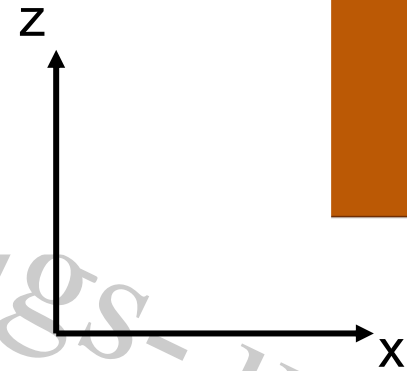
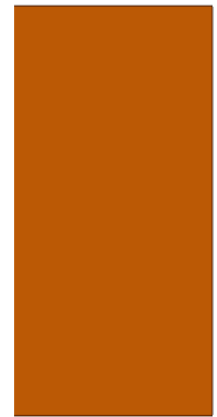


Zylindrische Koordinaten XZ: rotationssymmetrischer Körper

Spule



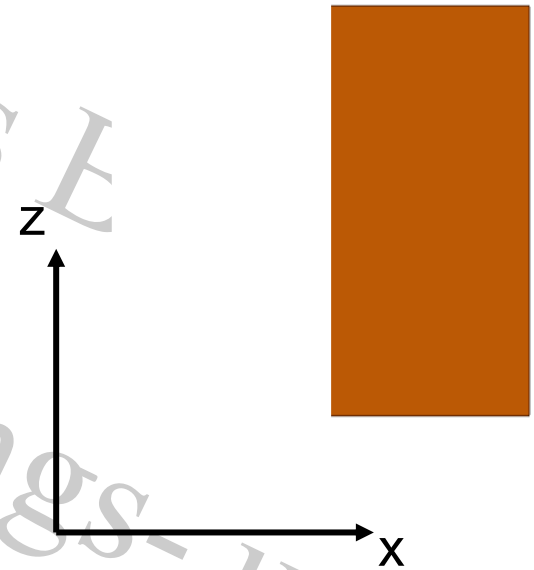
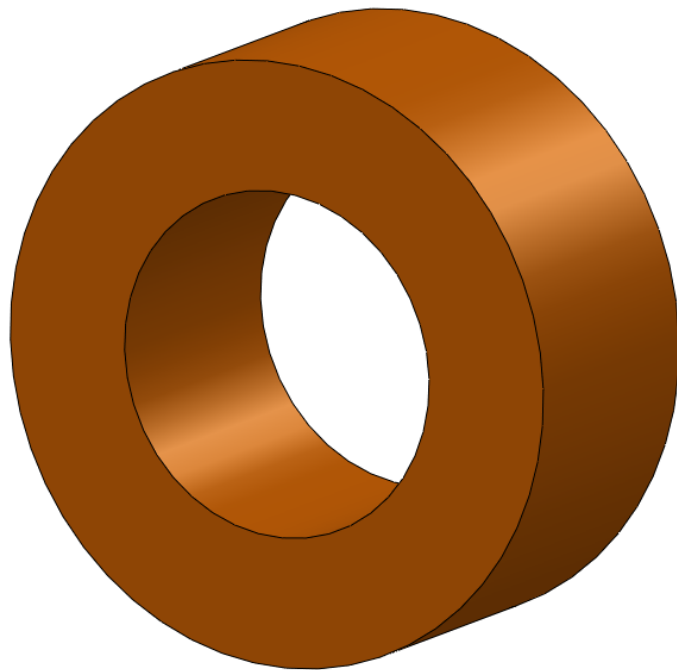
Halbschnitt



Zylindrische Koordinaten XZ: rotationssymmetrischer Körper

Spule

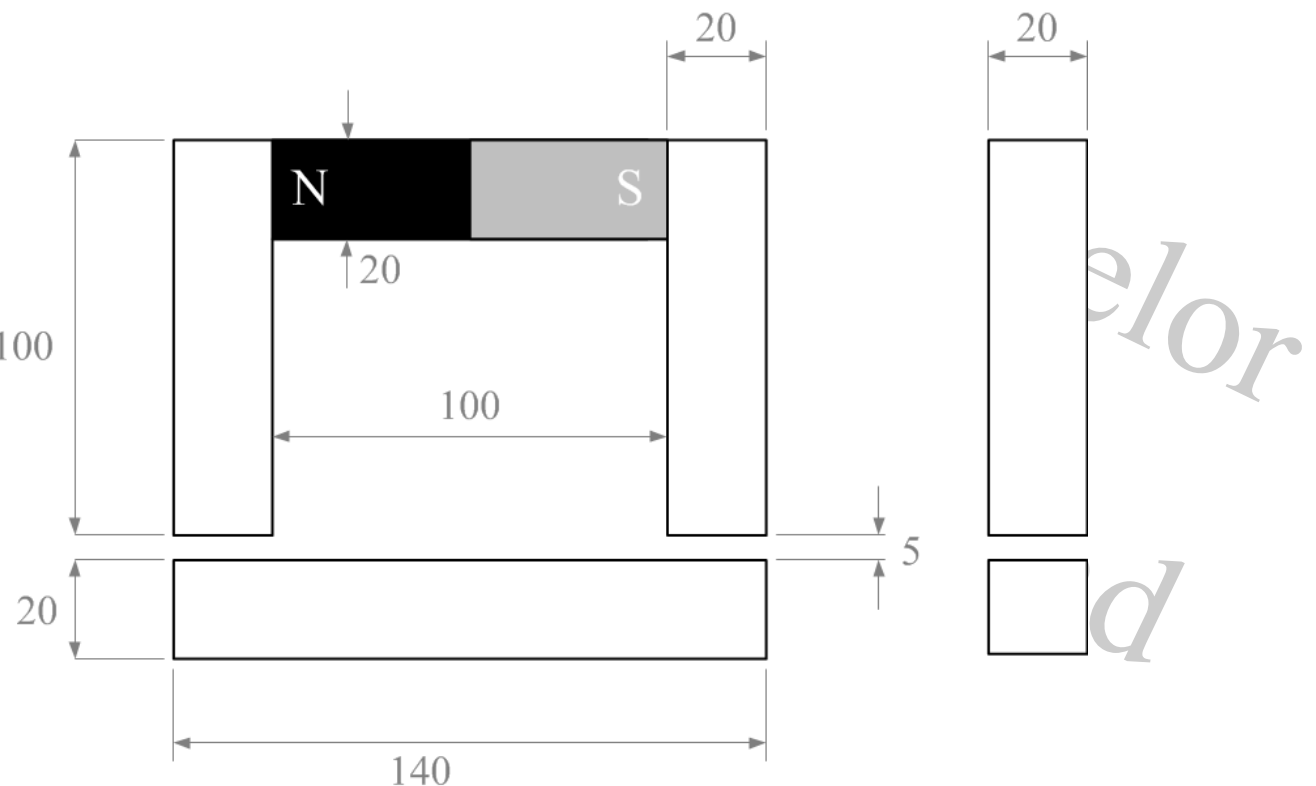
in MAXWELL 2D
nur Viertelschnitt



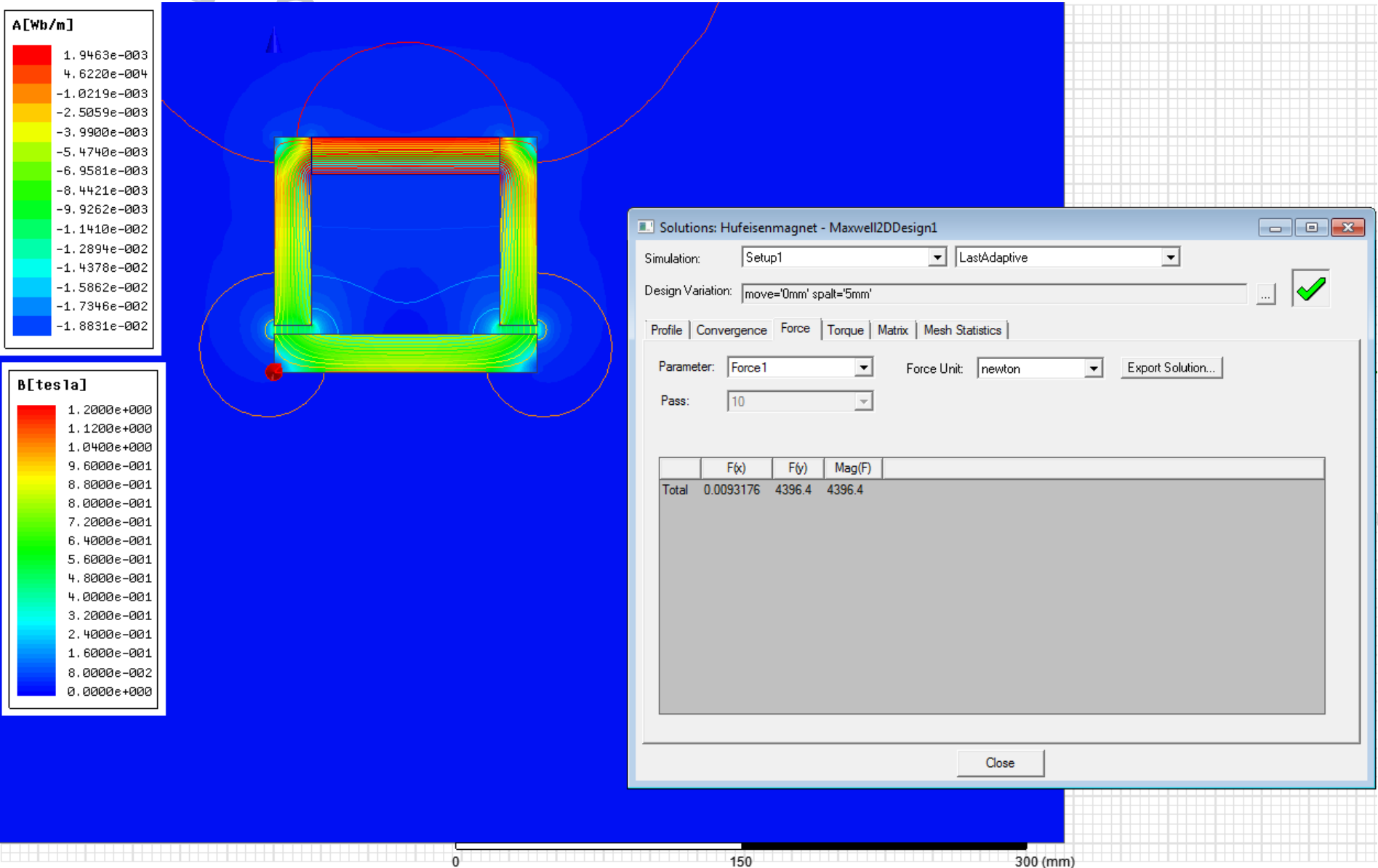
Wir beschränken uns zunächst auf kartesische Koordinaten (XY)

Kräfte und Momente in MAXWELL 2D

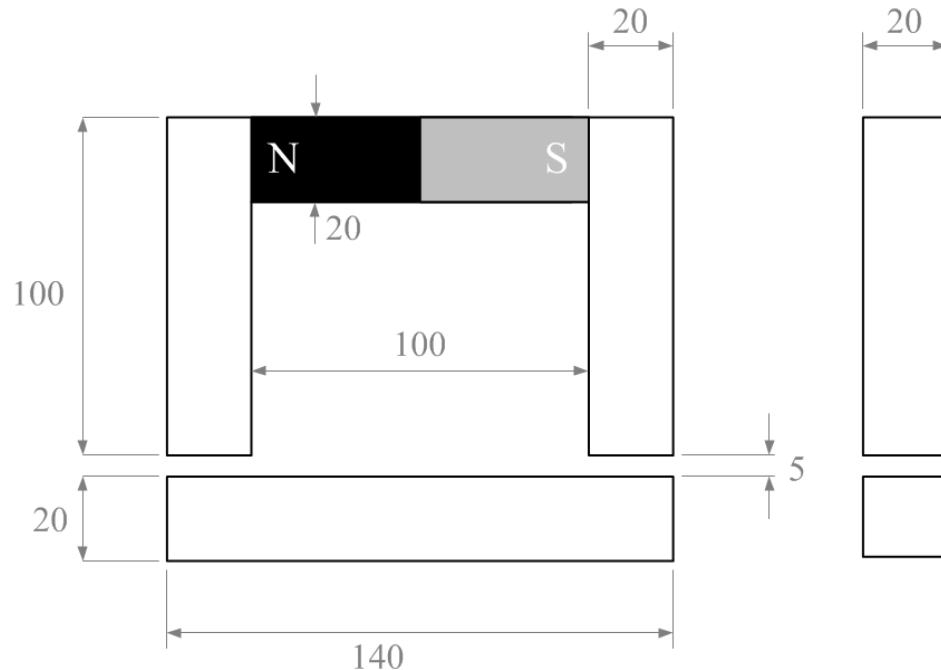
In der FE-Modellrechnung ermittelte Kräfte und Momente werden in MAXWELL 2D (kartesische Koordinaten) normiert auf **1 Meter Tiefe** ausgegeben



Kräfte und Momente in MAXWELL 2D



Kräfte und Momente in MAXWELL 2D



Ergebnis in MAXWELL 2D

Anzugskraft auf den Querbalken:

$$F_{\text{Rel_1m}} = 4396 \text{ N (pro Meter Tiefe)}$$

→ Kraft für eine Modelltiefe von 20mm

$$F_{\text{Rel_20mm}} = F_{\text{Rel_1m}} \cdot \frac{20\text{mm}}{1000\text{mm}} = 87,92 \text{ N}$$

Randbedingungen / Symmetriebedingungen

Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

Randbedingungen - Anwendung

- die Dauer der Berechnung steigt überproportional mit der Anzahl der Variablen
- die Modellgröße und damit die Zahl der Elemente und Knoten lässt sich durch Symmetriebedingungen oft stark reduzieren
- das reduzierte Modell ist damit schneller lösbar als eine vollständige Simulation

Randbedingungen - Symmetry odd

Ermöglicht das Ausnutzen einer Spiegelsymmetrie

Wirkung auf E- und B- Felder genau umgekehrt!

- die **magnetische Flussdichte B** verläuft **tangential** zu dieser Fläche
- das elektrische Feld E tritt senkrecht durch diese Fläche

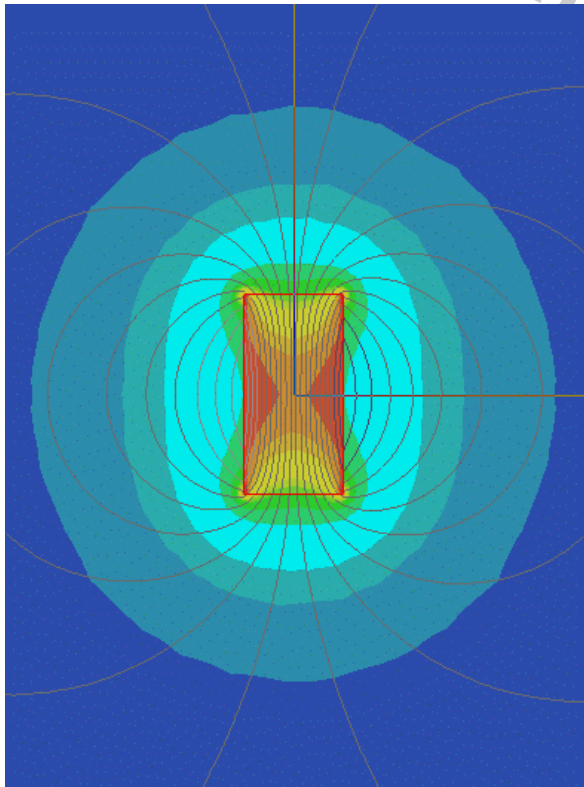
Randbedingungen - Symmetry even

Ermöglicht das Ausnutzen einer Spiegelsymmetrie

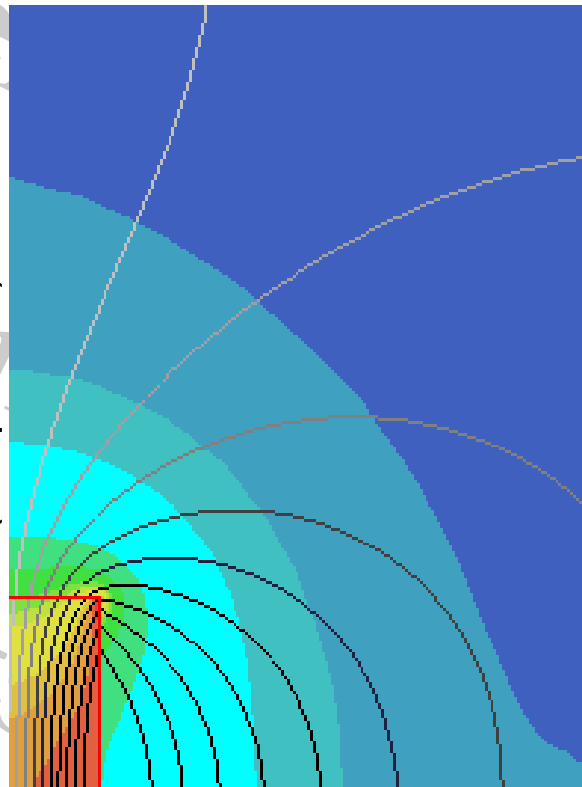
Wirkung auf E- und B- Felder genau umgekehrt!

- die **magnetische Flussdichte B** tritt **senkrecht** durch diese Fläche
- das elektrische Feld E verläuft **tangential** zu dieser Fläche

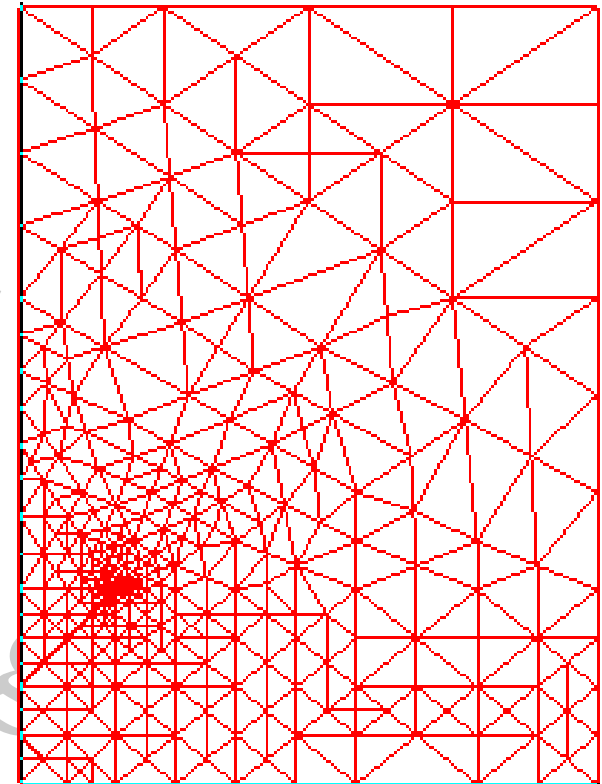
Randbedingungen - Symmetry even & Symmetry odd



Symmetry odd
(flux parallel)



Symmetry even
(flux normal)

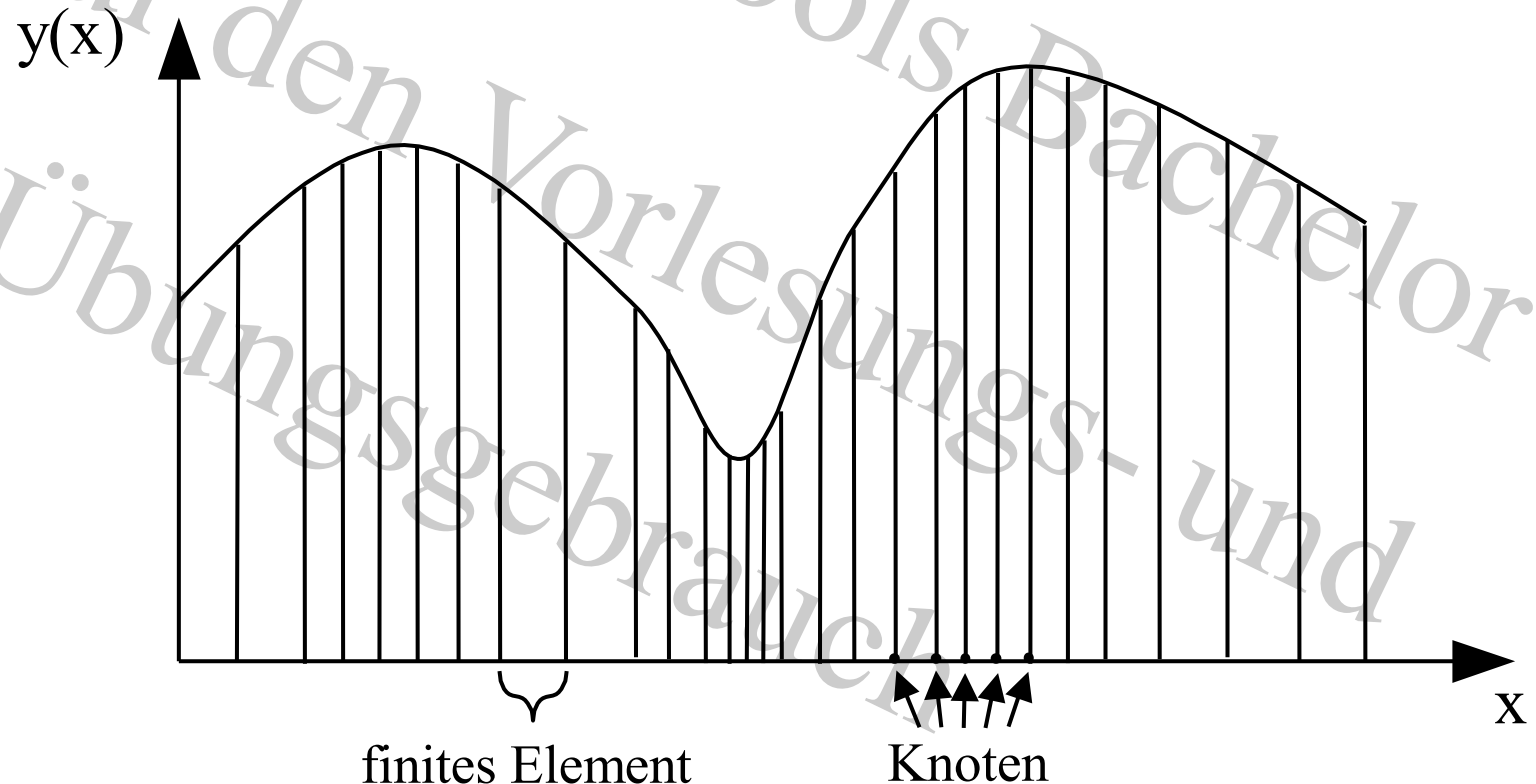


Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

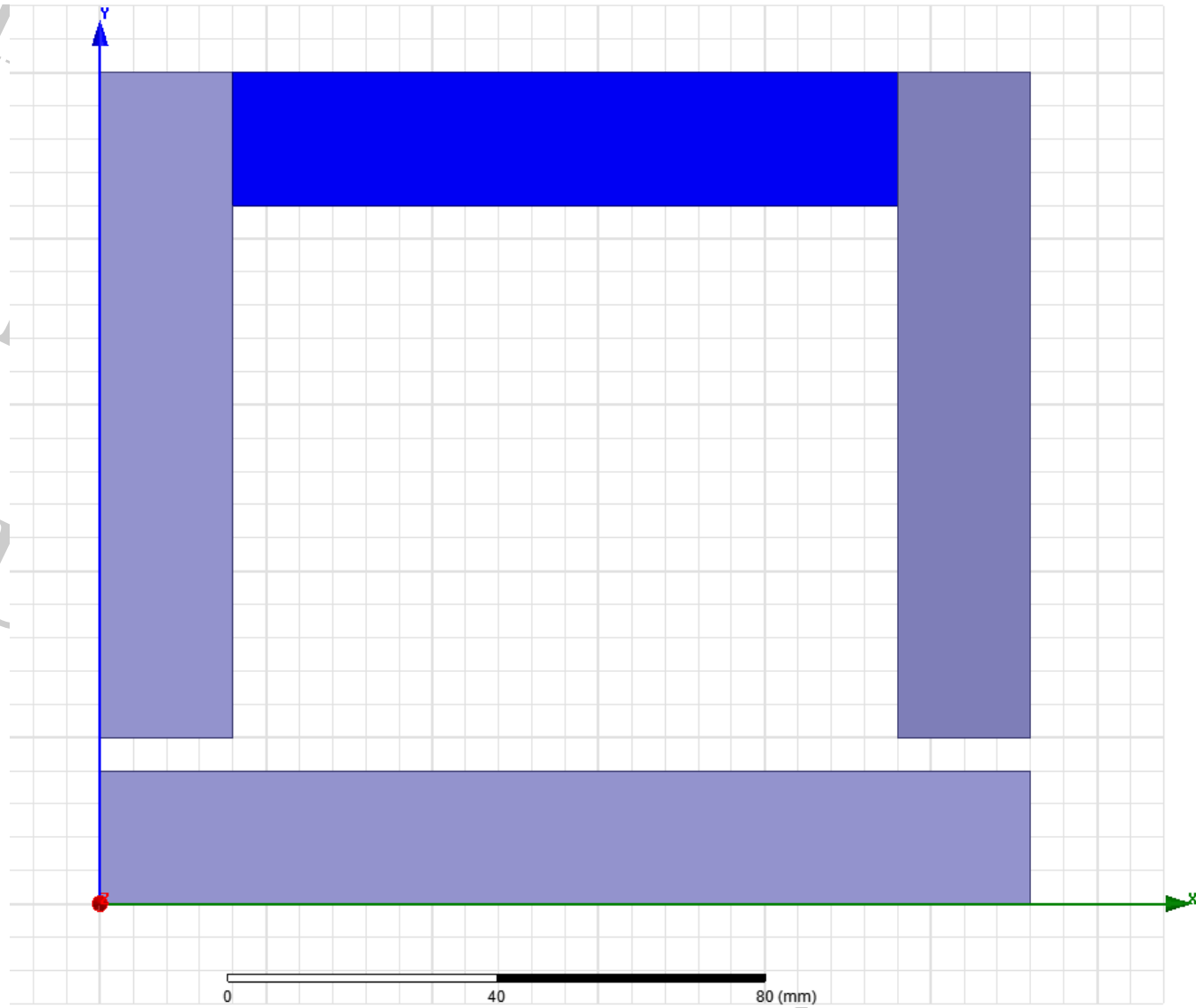
Adaptive Netzverfeinerung

Adaptive Netzverfeinerung in MAXWELL

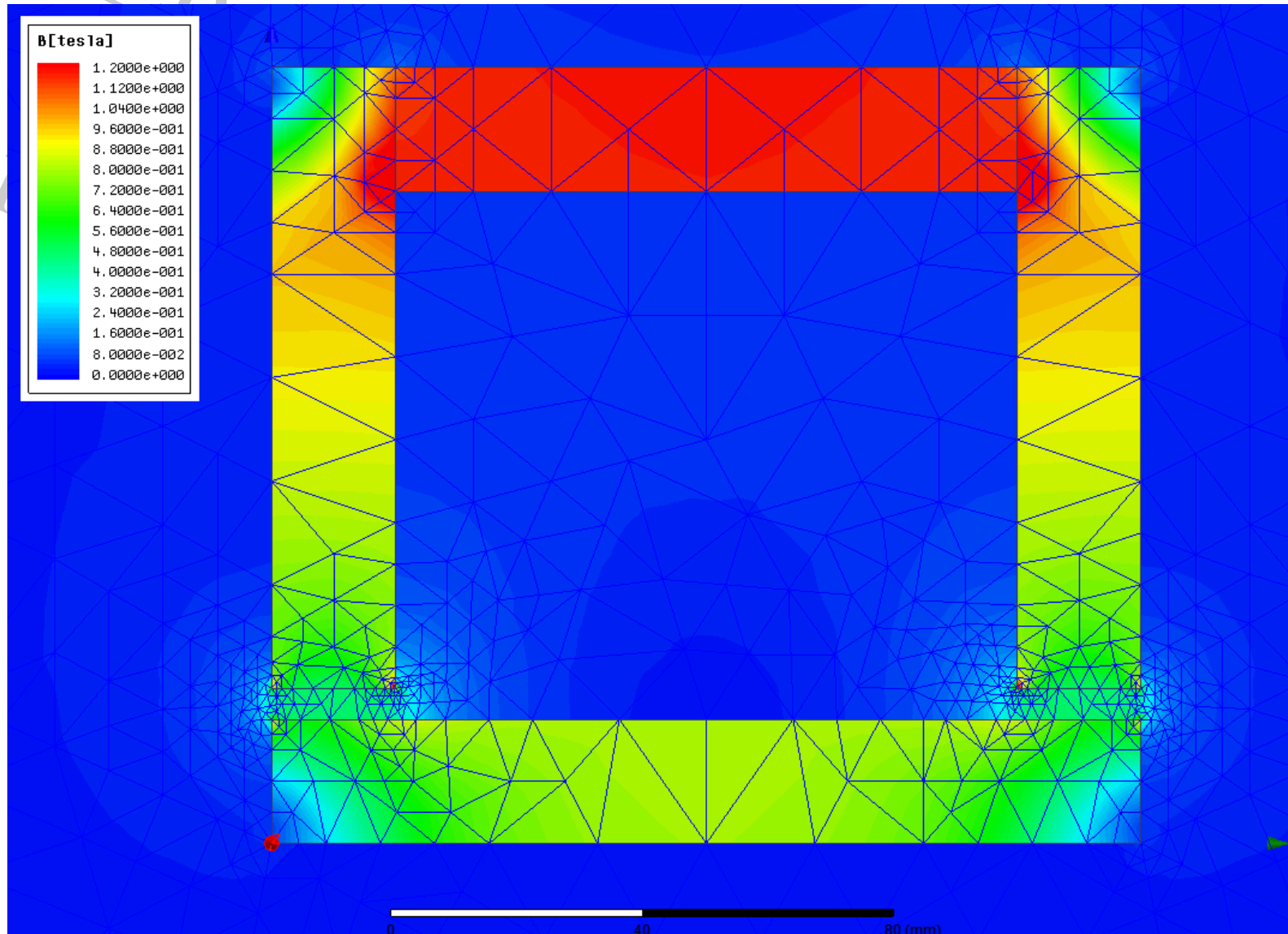
- automatische Netzverfeinerung in Bereichen großer Fehler
≈ Bereiche, in denen das B-Feld stark gekrümmt ist
- lokale Netzverfeinerung spart Rechenzeit



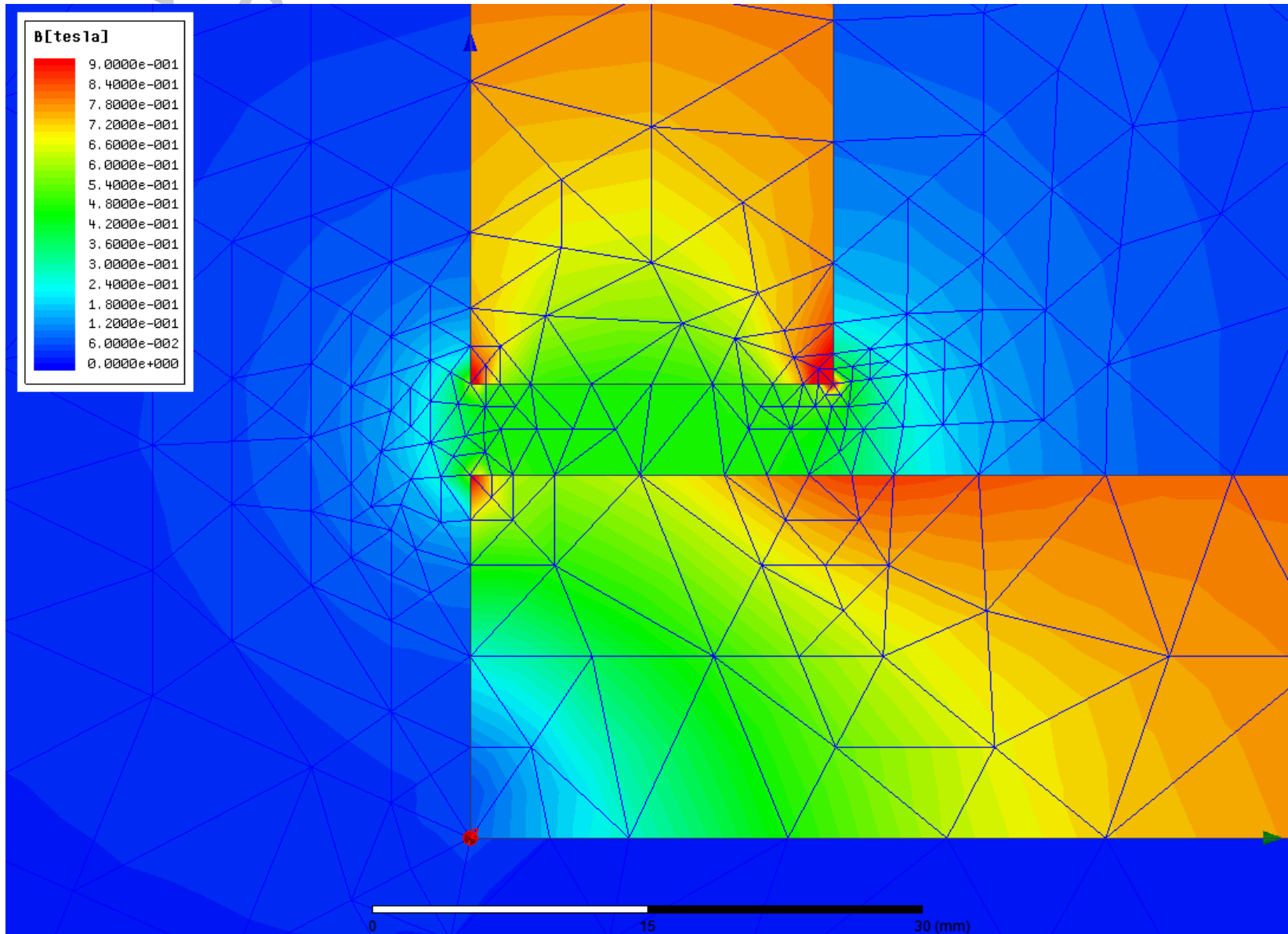
Adaptive Netzverfeinerung



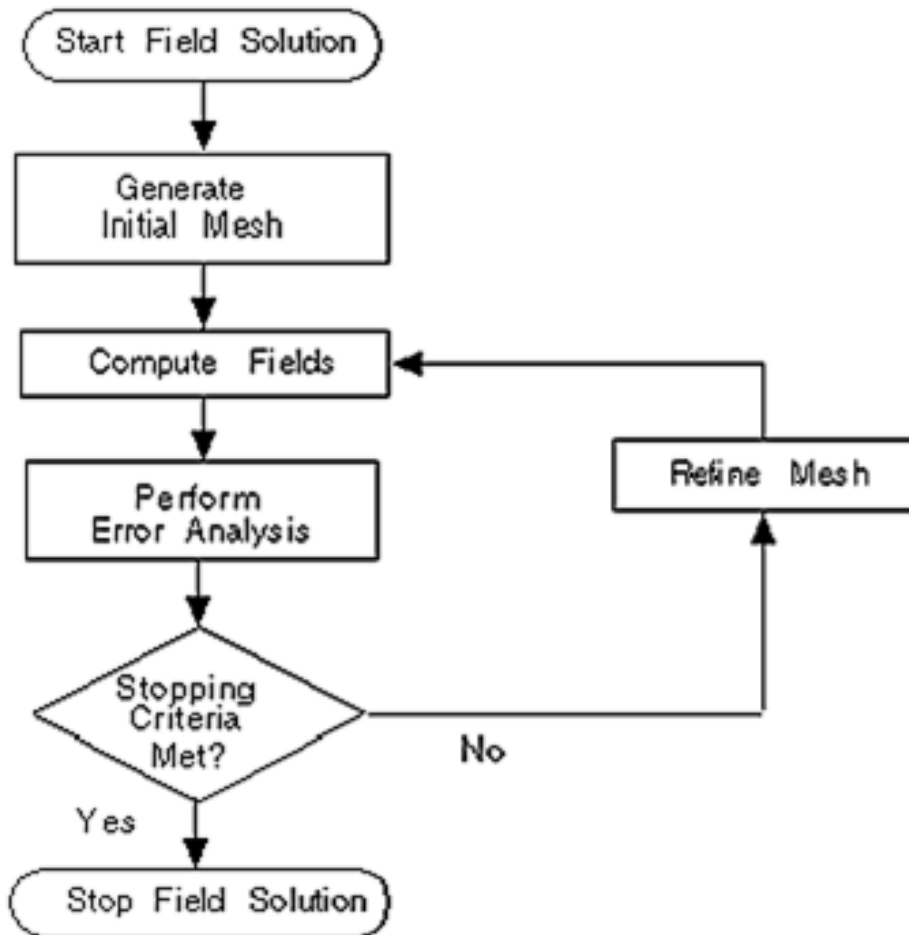
Adaptive Netzverfeinerung



Adaptive Netzverfeinerung



Schritte der Lösung in Maxwell / adaptive Netzverfeinerung



Abbruchkriterien:

Maximum Number of Passes:

Anzahl der Berechnungszyklen mit adaptiver Netzverfeinerung

Percent Error:

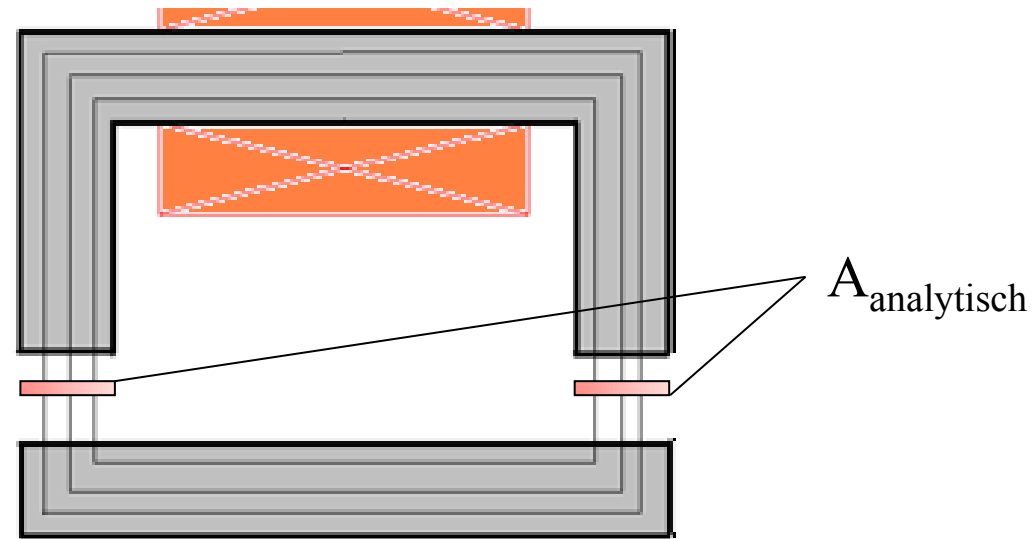
Verhältnis zwischen Energie, die sich aus den lokalen Fehlern ergibt und der Gesamtenergie

≈ Genauigkeit der Berechnung

Vergleich zwischen analytischer und FEM-Berechnung

Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

Analytische Berechnung

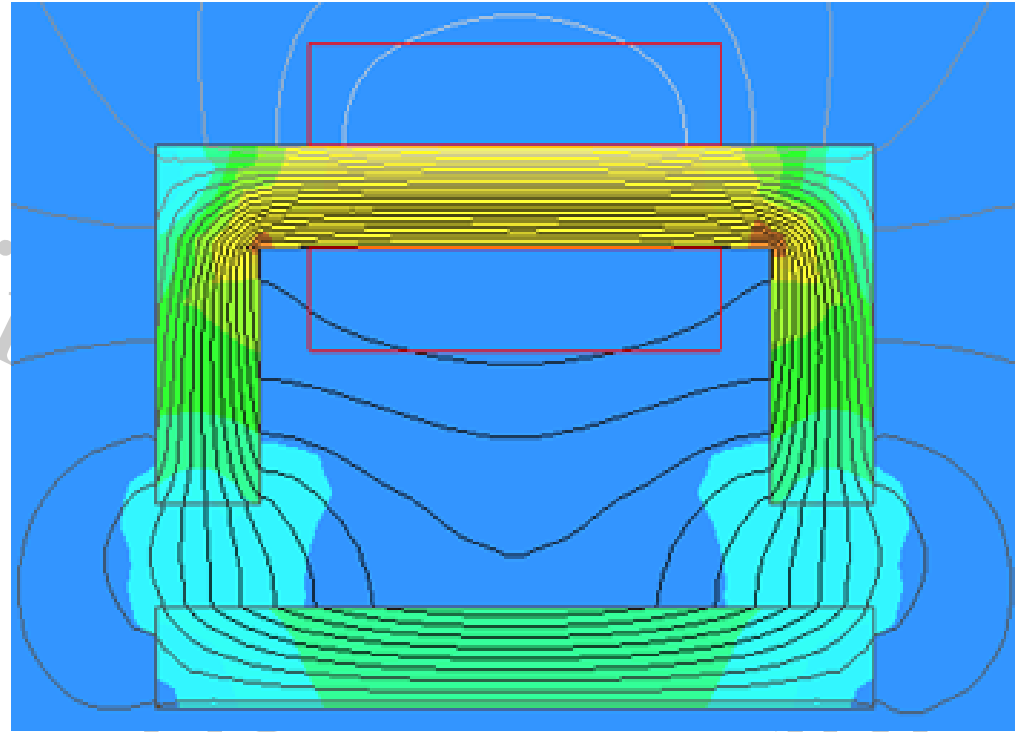


Annahmen:

- Feldlinienverlauf ist im Luftspalt homogen
- Streufelder werden vernachlässigt
- Eigenschaften des weichmagnetischen Werkstoffs idealisiert
 - $\mu_r \rightarrow \infty$, keine Sättigung

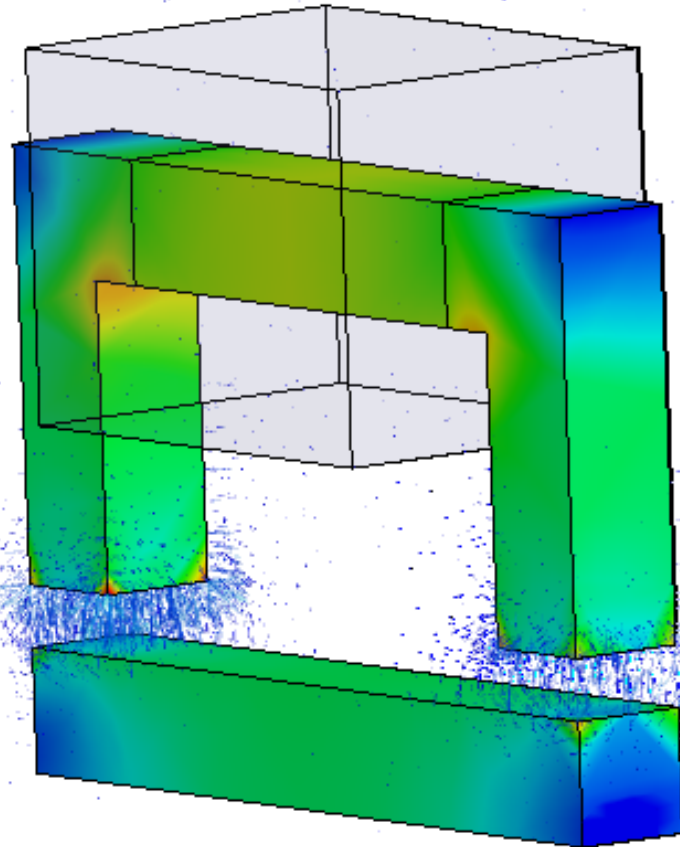
- Kraft auf das bewegliche Weicheisenstück:
$$F = \frac{B_L^2}{\mu_L} A_{\text{Analytisch}}$$

FEM Berechnung - 2D



- Streufelder werden berücksichtigt, allerdings nur in der Bildebene
- begrenzte Leitfähigkeit des Weicheisens wird berücksichtigt

FEM Berechnung - 3D

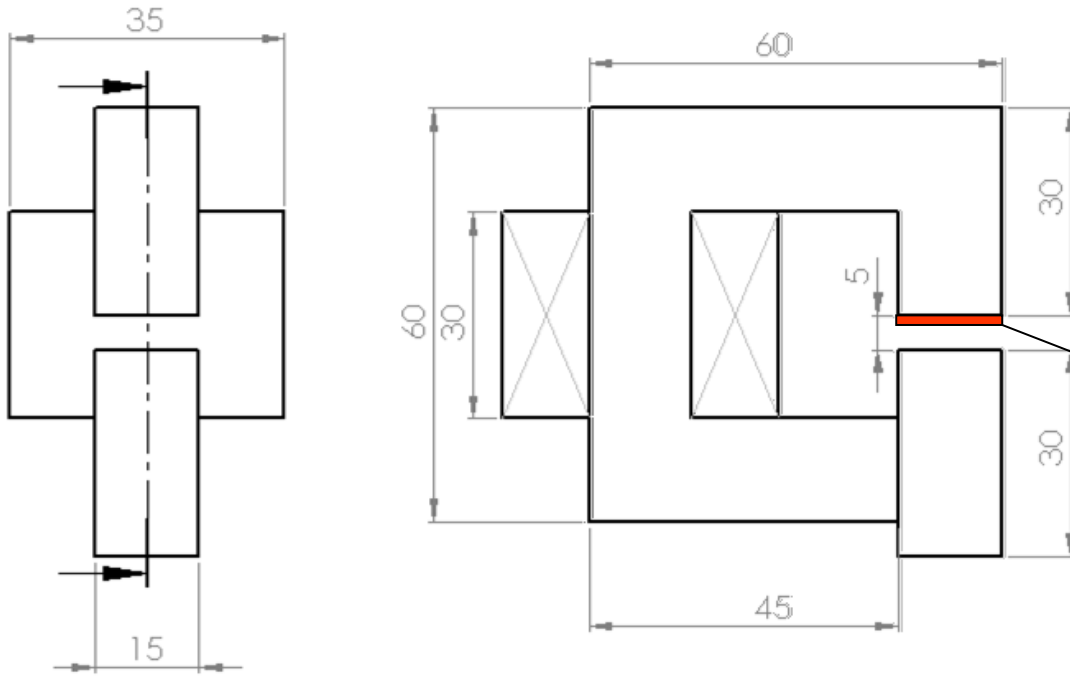


- bei 3D-Rechnung werden alle Streufelder berücksichtigt
- bestmögliche Abbildung der Realität
- allerdings: **deutlich größere Rechenzeiten als bei 2D-Problemen**

Engineering Tools Bachelor
nur für den Vorlesungs- und
Übungsgebrauch

Vergleich Analytik und FEM Beispiel C-Magnet

C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - analytisch



konstante
Querschnittsfläche

$A_{\text{analytisch}}$

Feste Durchflutung

$\Theta = 1500 \text{ A}$

Variation des Luftspalts

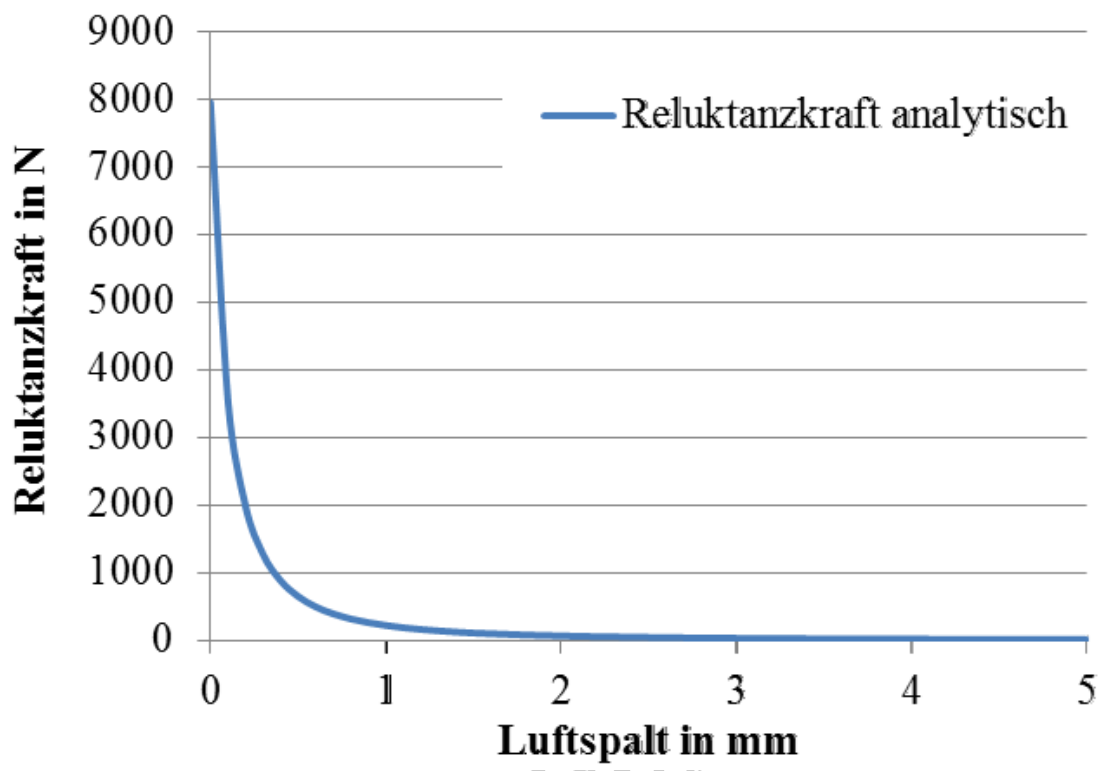
$\delta = 0 \dots 5 \text{ mm}$

Analytische Berechnung

$$B_L \approx \frac{\mu_L}{l_{\text{Fe}}} \cdot \frac{N \cdot I}{\frac{\mu_L}{\mu_{\text{Fe}}} + \frac{\delta}{l_{\text{Fe}}}}$$

$$F_{\text{Rel}} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{B_L^2}{\mu_L} \cdot A_{\text{analytisch}}$$

C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - analytisch

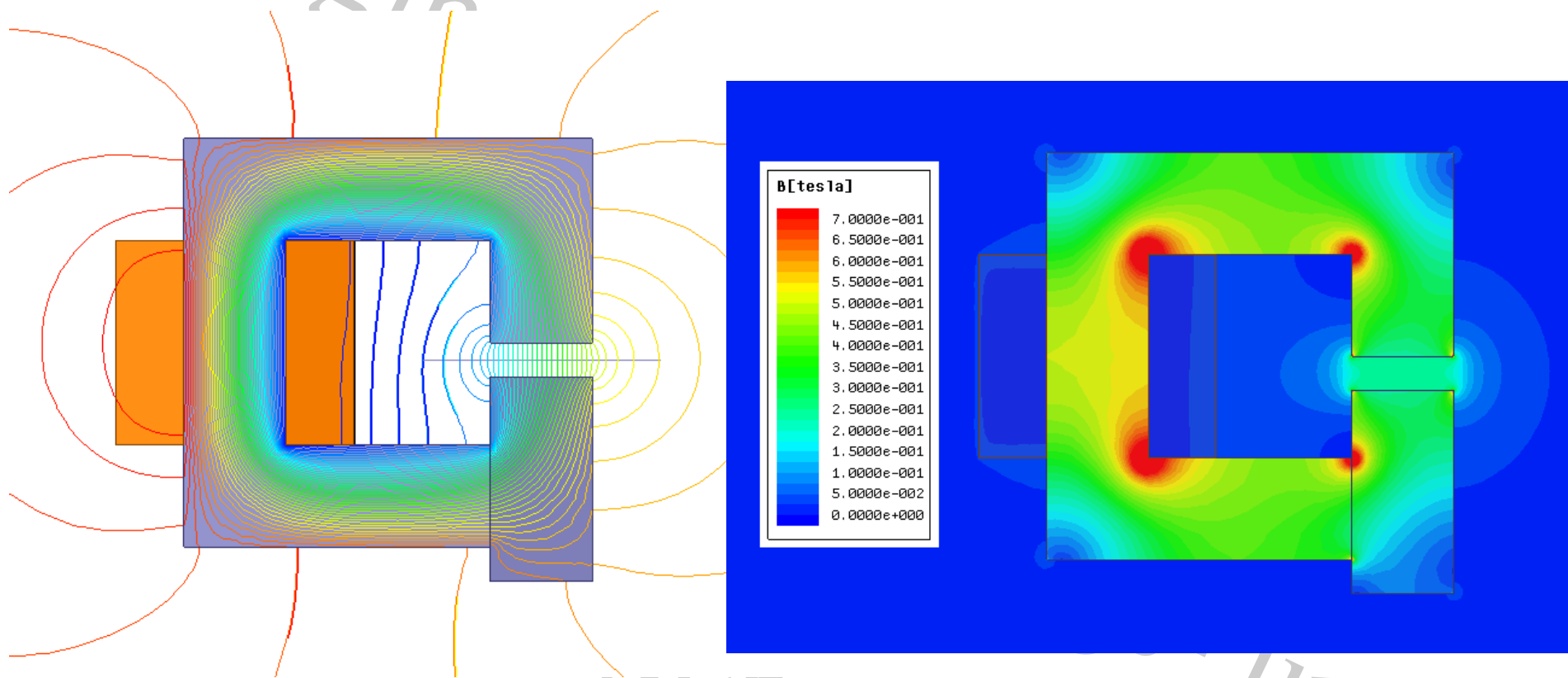


Analytische Berechnung

$$B_L \approx \frac{\mu_L}{l_{Fe}} \cdot \frac{N \cdot I}{\frac{\mu_L}{\mu_{Fe}} + \frac{\delta}{l_{Fe}}} \approx \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{\delta}$$

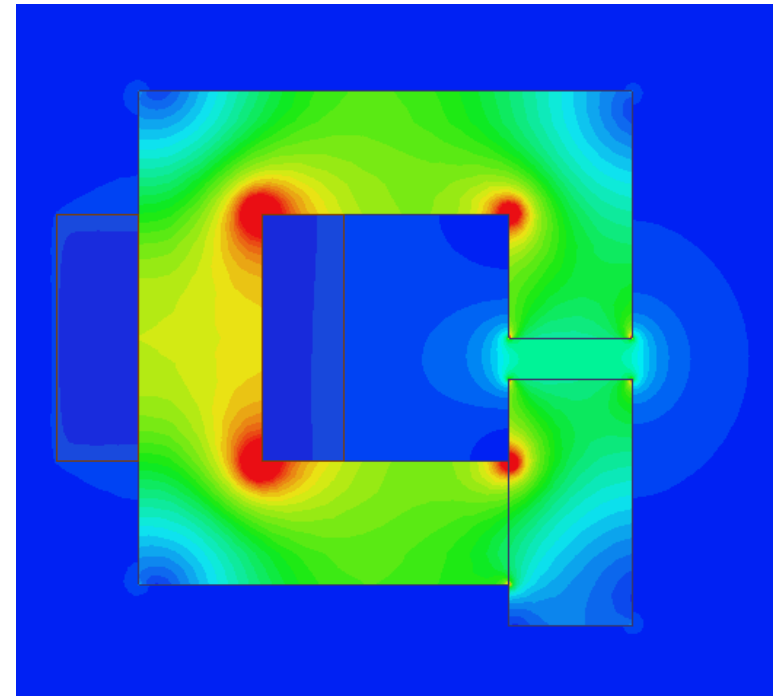
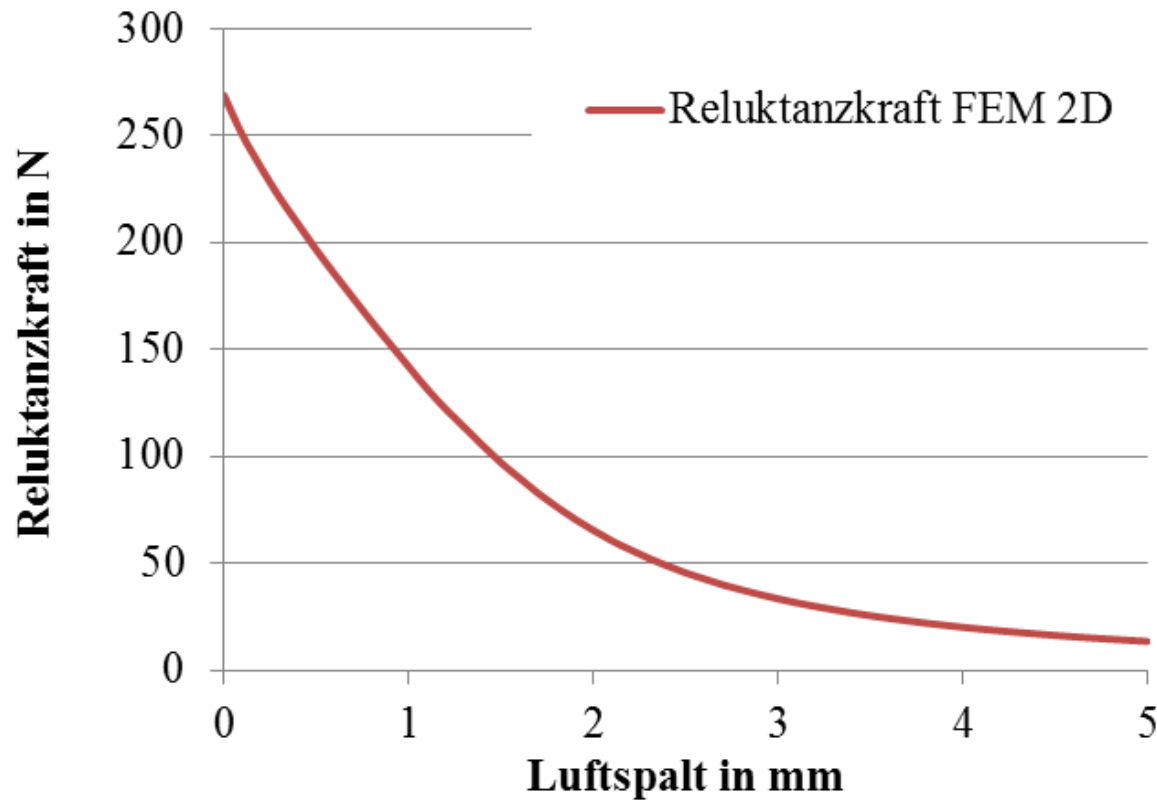
$$F_{Rel} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_L} \cdot A_{analytisch}$$

C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - MAXWELL 2D

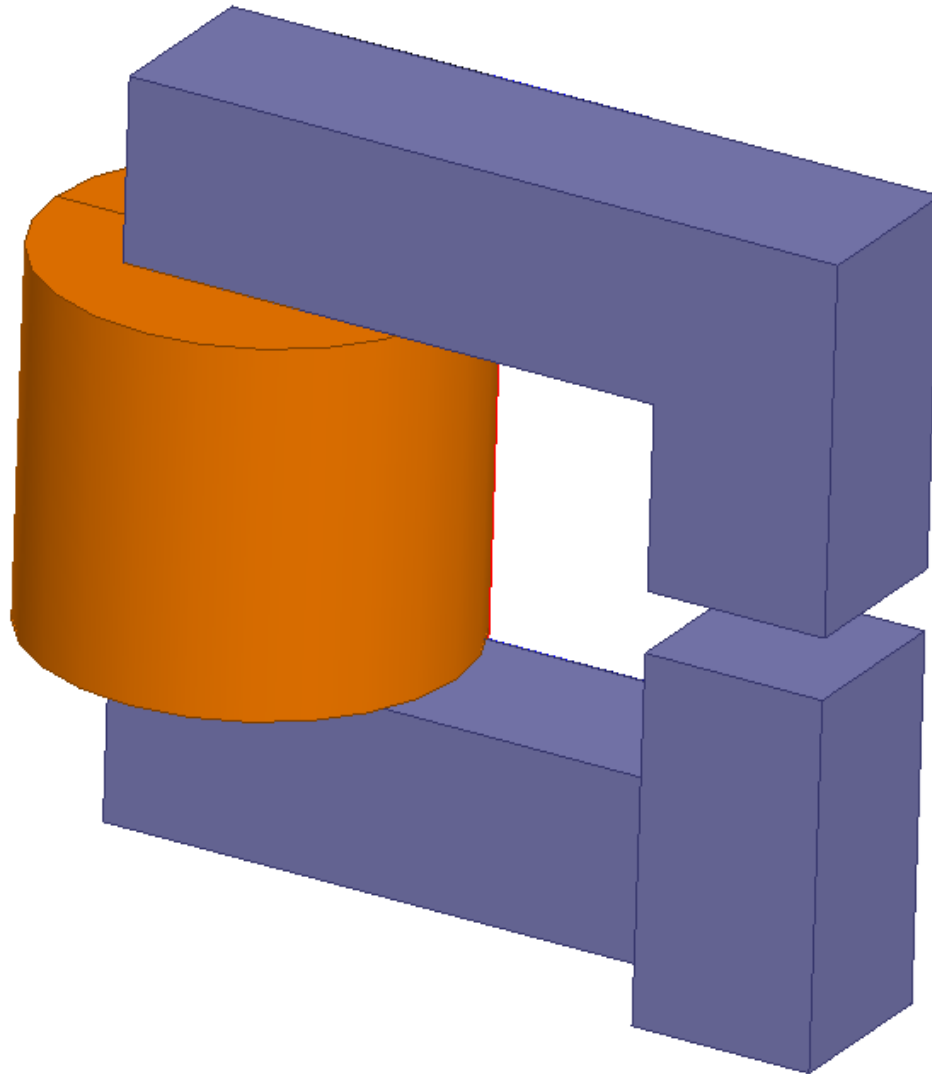


$$F_{2D_Modell} = F_{2D_1m} \cdot \frac{\text{Tiefe des Modells in mm}}{1000 \text{ mm}}$$

C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - MAXWELL 2D

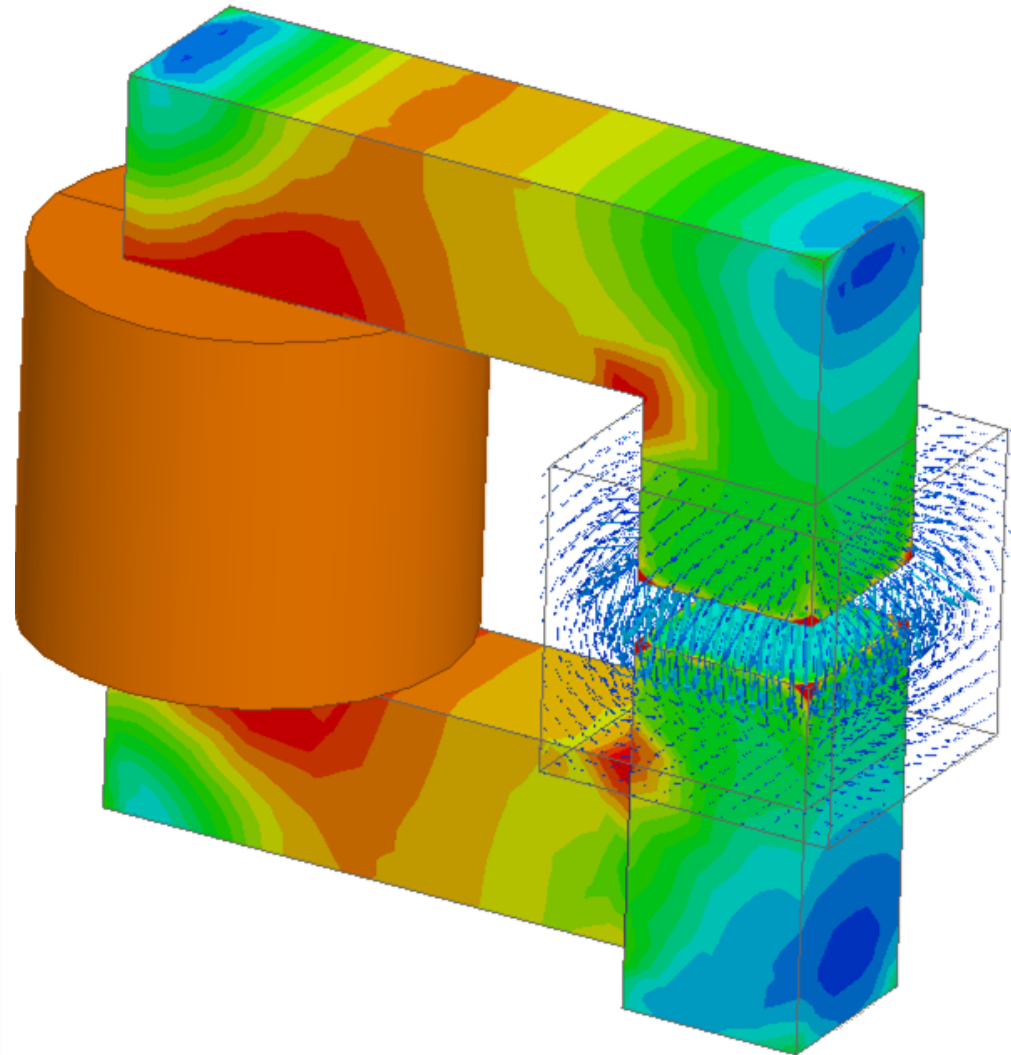
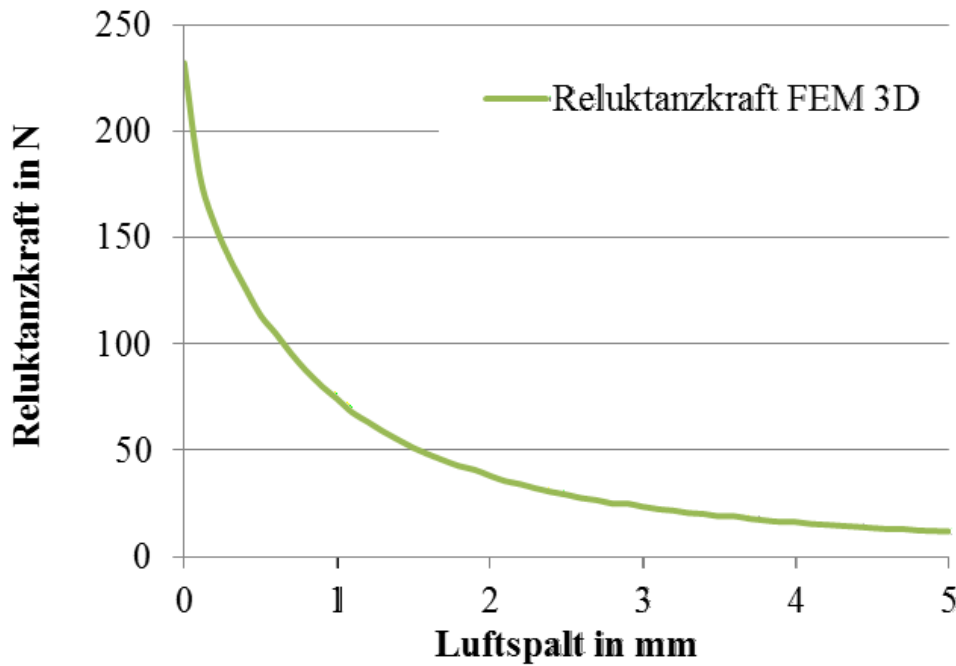


C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - MAXWELL 3D

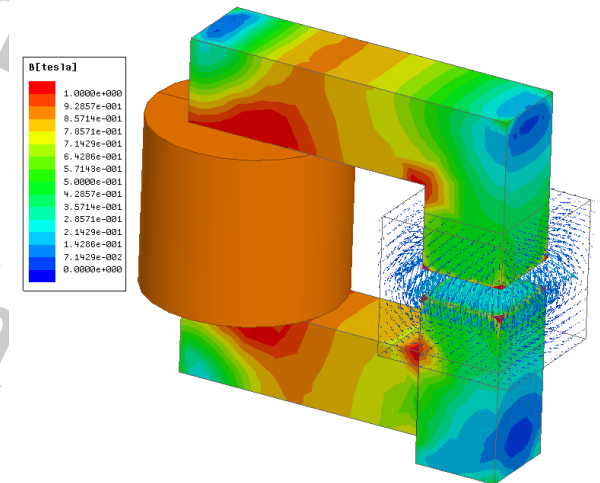
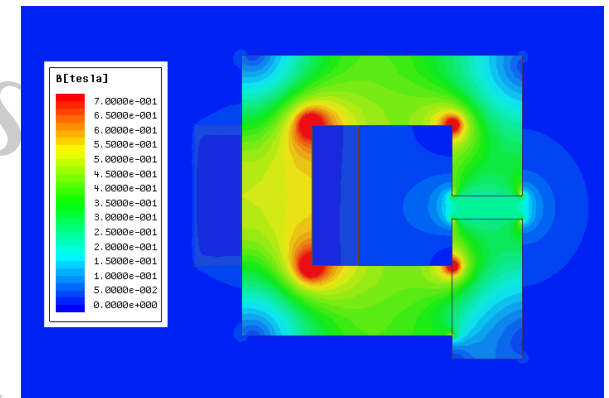
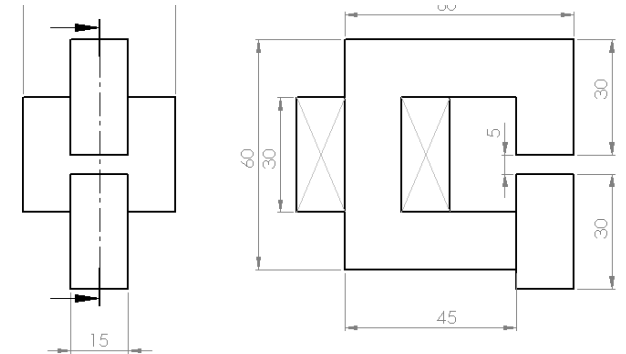
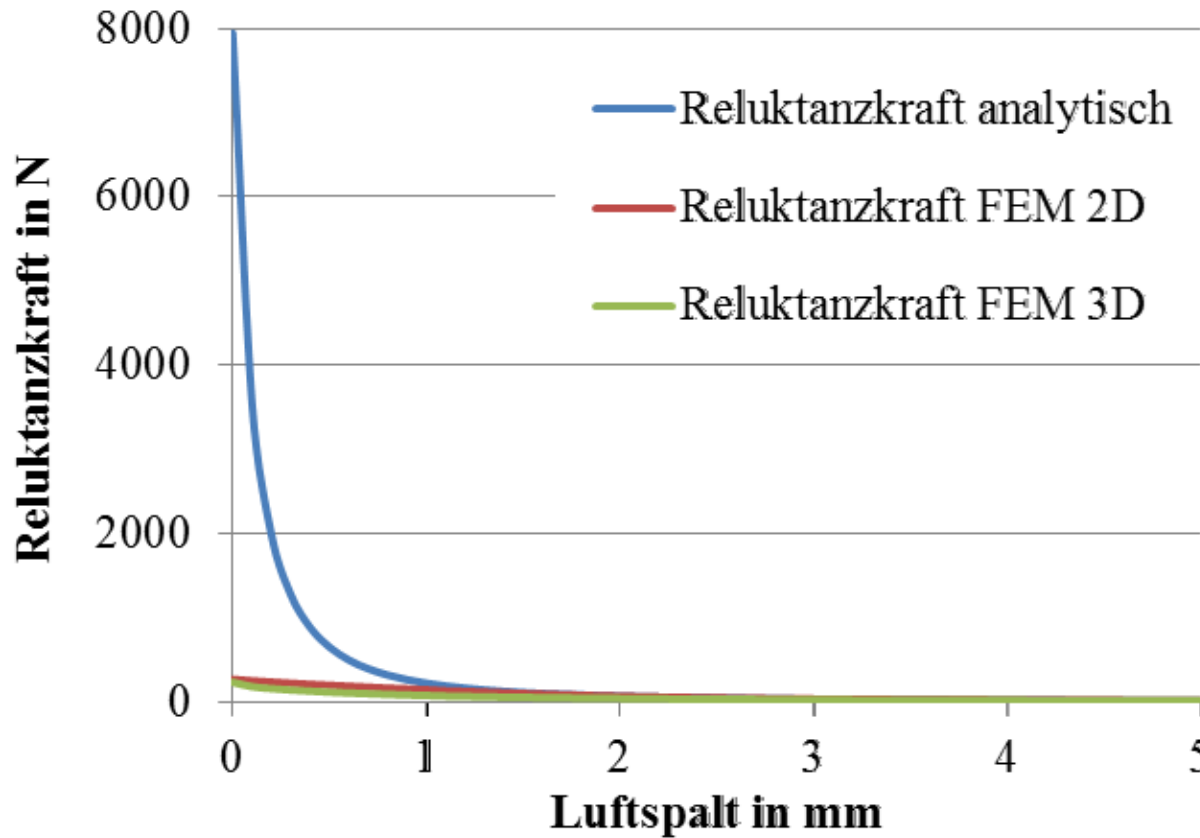


Engineering Tools Bachelor
Engineering- und
Buch

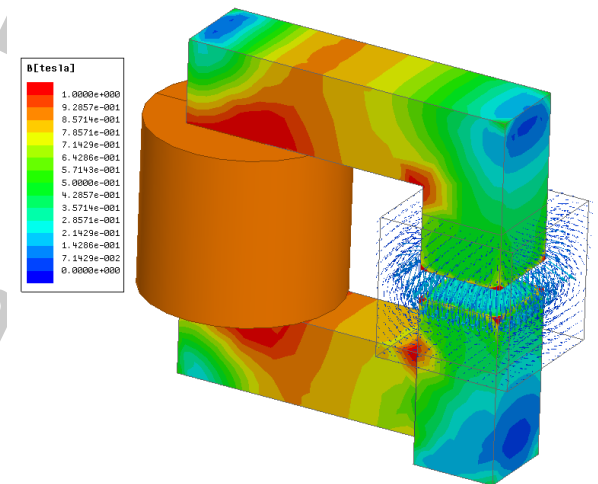
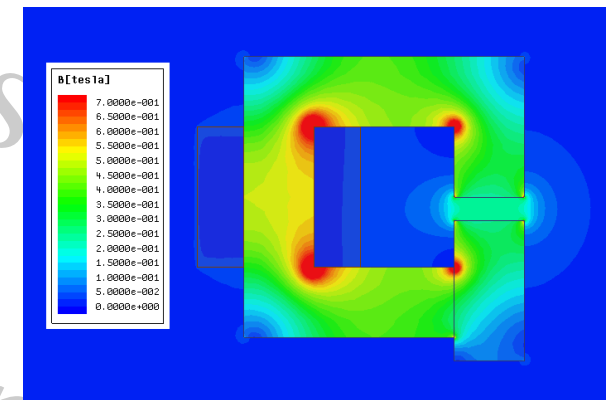
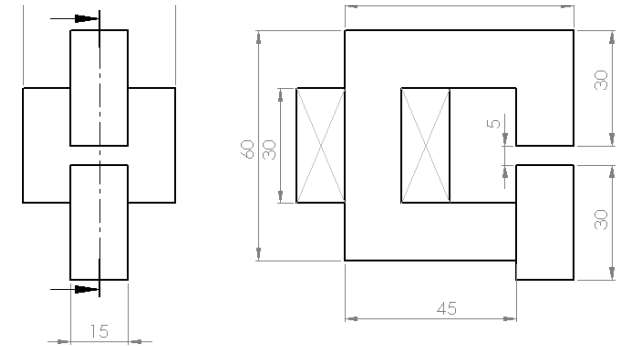
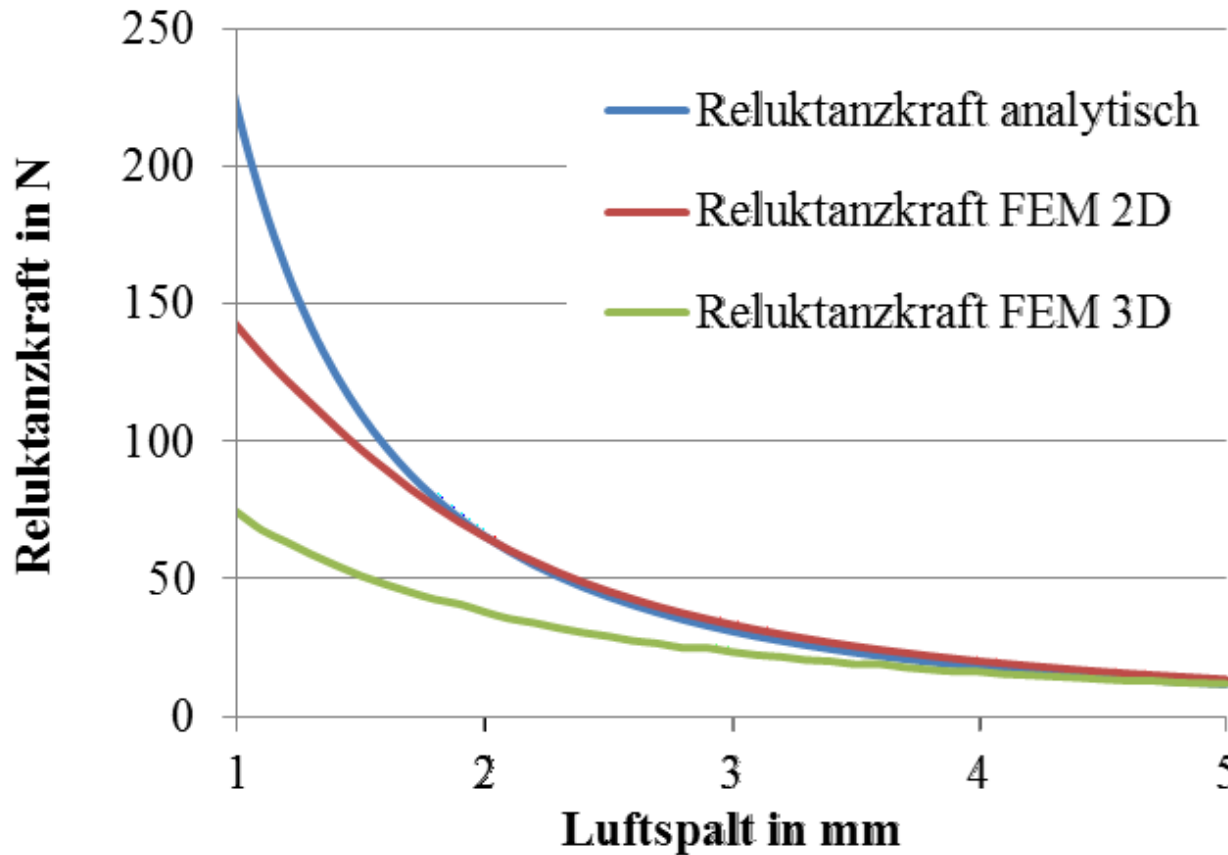
C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - MAXWELL 3D



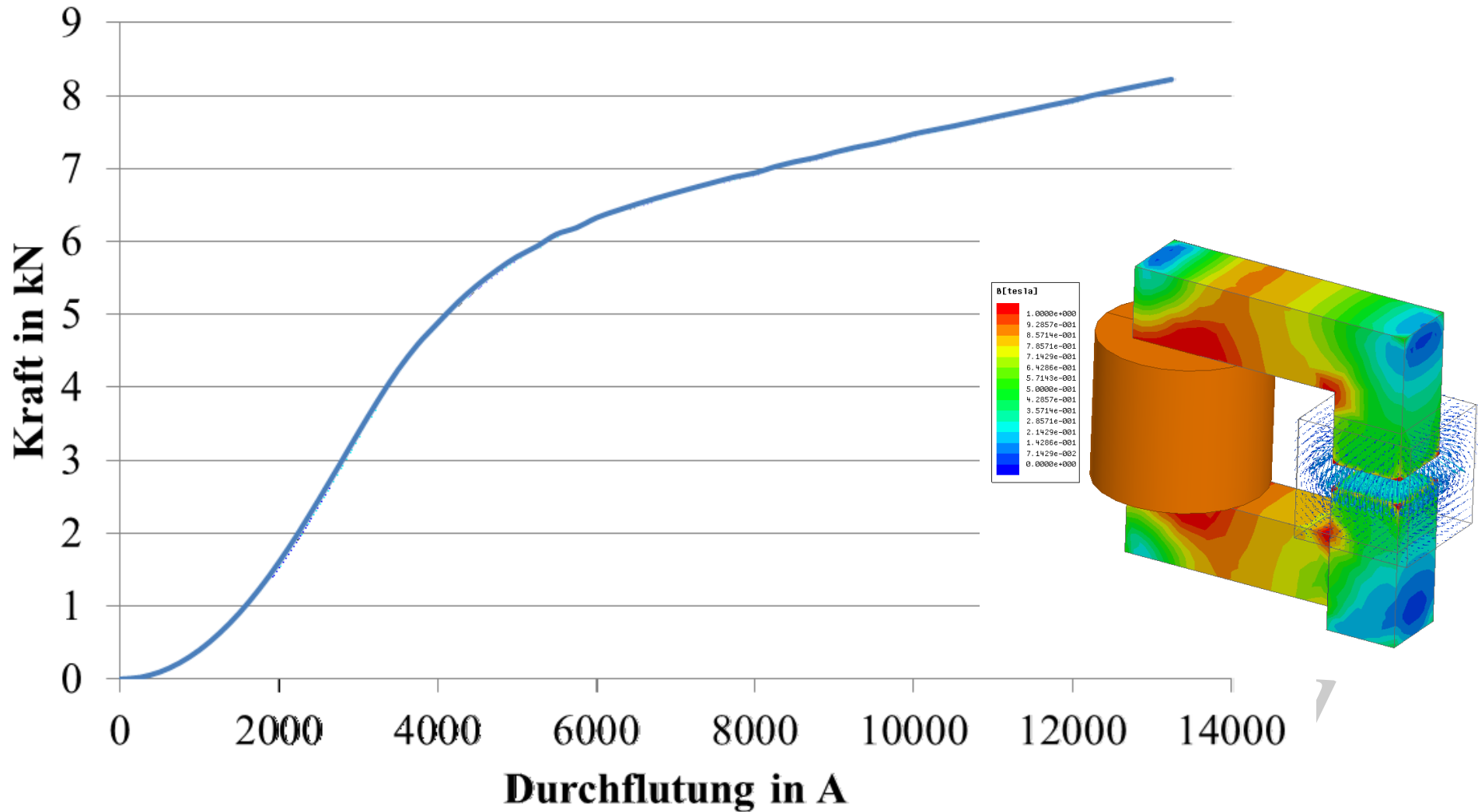
C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - Vergleich



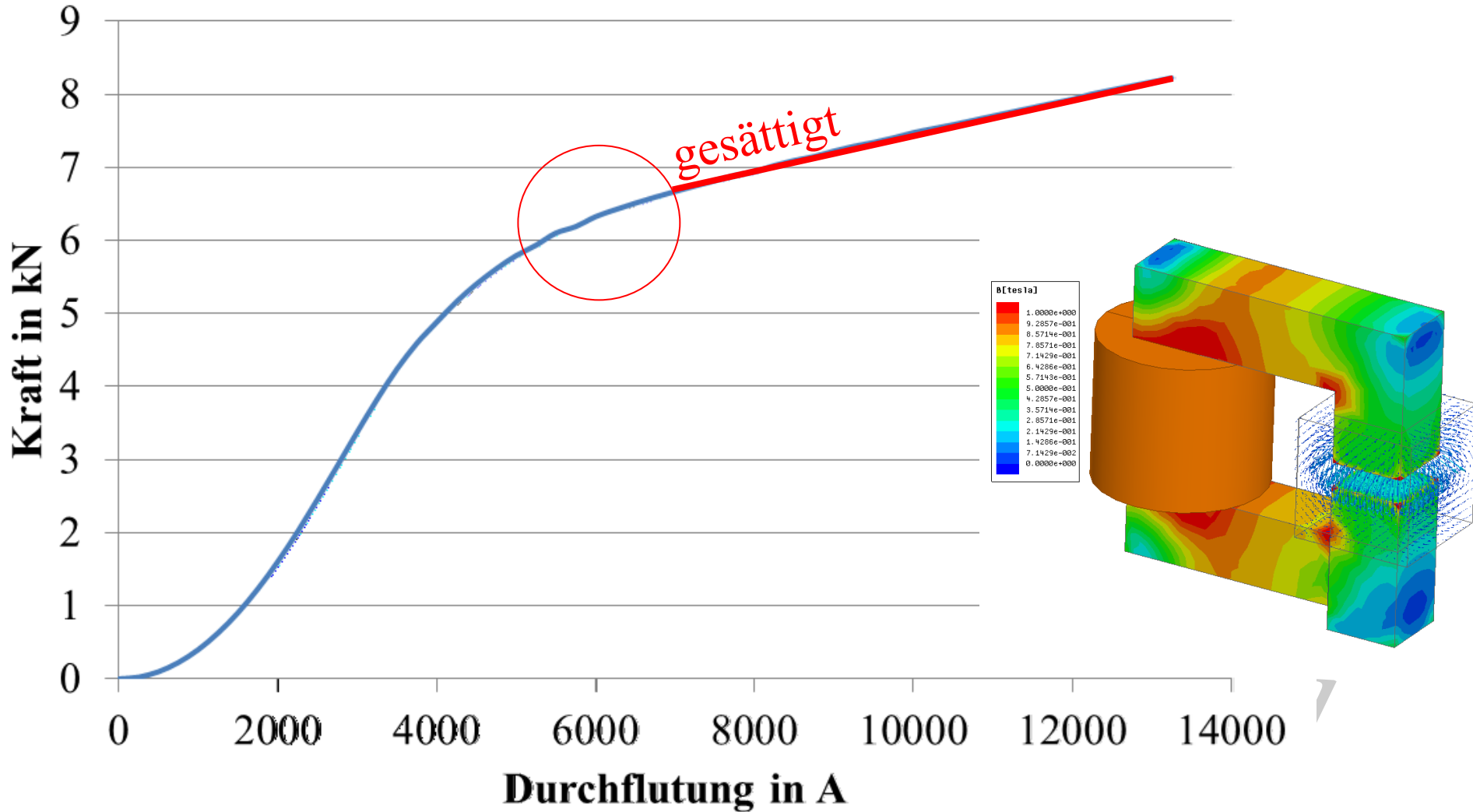
C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - Vergleich



BH - Kurve: Sättigung



BH - Kurve: Sättigung



Fazit: Vergleich Analytik und FEM (2D&3D)

- der Einsatz analytischer Berechnungen ist durch die angenommenen Vereinfachungen eingeschränkt. Außerdem ist es bei komplizierten Geometrien nicht möglich ein geeignetes analytisches Modell aufzustellen
- für eine erste Auslegungsrechnung sowie zur parametrischen Optimierung reicht die 2D-FEM aus; aber komplexe Geometrien sind oft nicht in 2D darstellbar
- zum Überprüfen der Ergebnisse müssen 3D-Berechnungen folgen
- hohe **Rechenzeiten** in 3D