

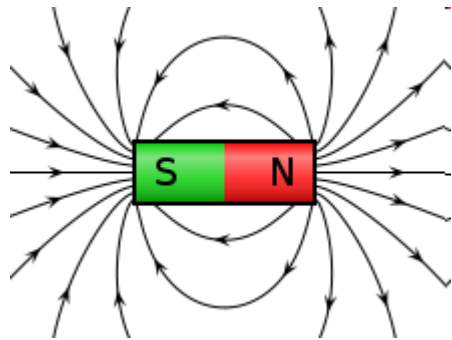
Engineering Tools Bachelor Sommersemester 2016

Teil MAXWELL

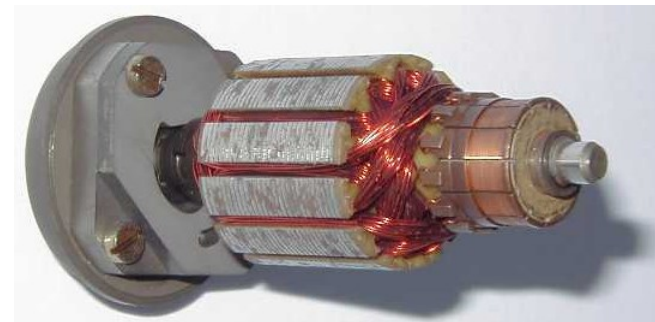
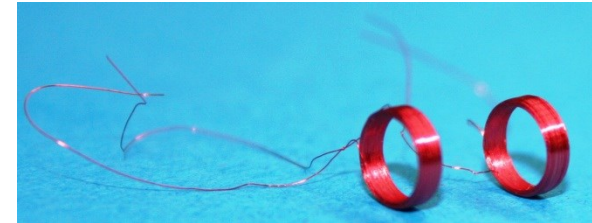
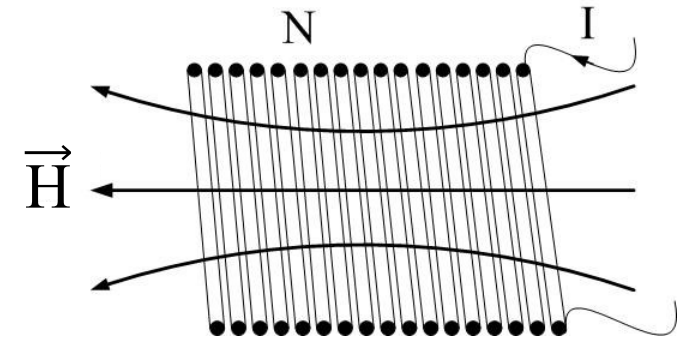
Magnetische Grundlagen

Bereitstellung von magnetischen Feldern

Permanentmagnete



Spulen



Die Maxwell-Gleichungen

$$\oint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Quellenfreiheit des Magnetfelds

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = N \cdot I$$

Durchflutungsgesetz

Entstehung des Magnetfelds durch Ströme

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

Induktionsgesetz

$$\oint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho dV$$

Entstehung des elektrischen Feldes durch Ladungen

Es werden zunächst nur statische Magnetfelder betrachtet

Zwei magnetische Feldgrößen:	Flussdichte	B	„Wirkung“
	Feldstärke	H	„Erzeugung“

Materialien im Magnetfeld

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \text{Proportionalitätsfaktor } \mu \text{ Permeabilität}$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

$$\text{Vakuumpermeabilität } \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{H}}{\text{m}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

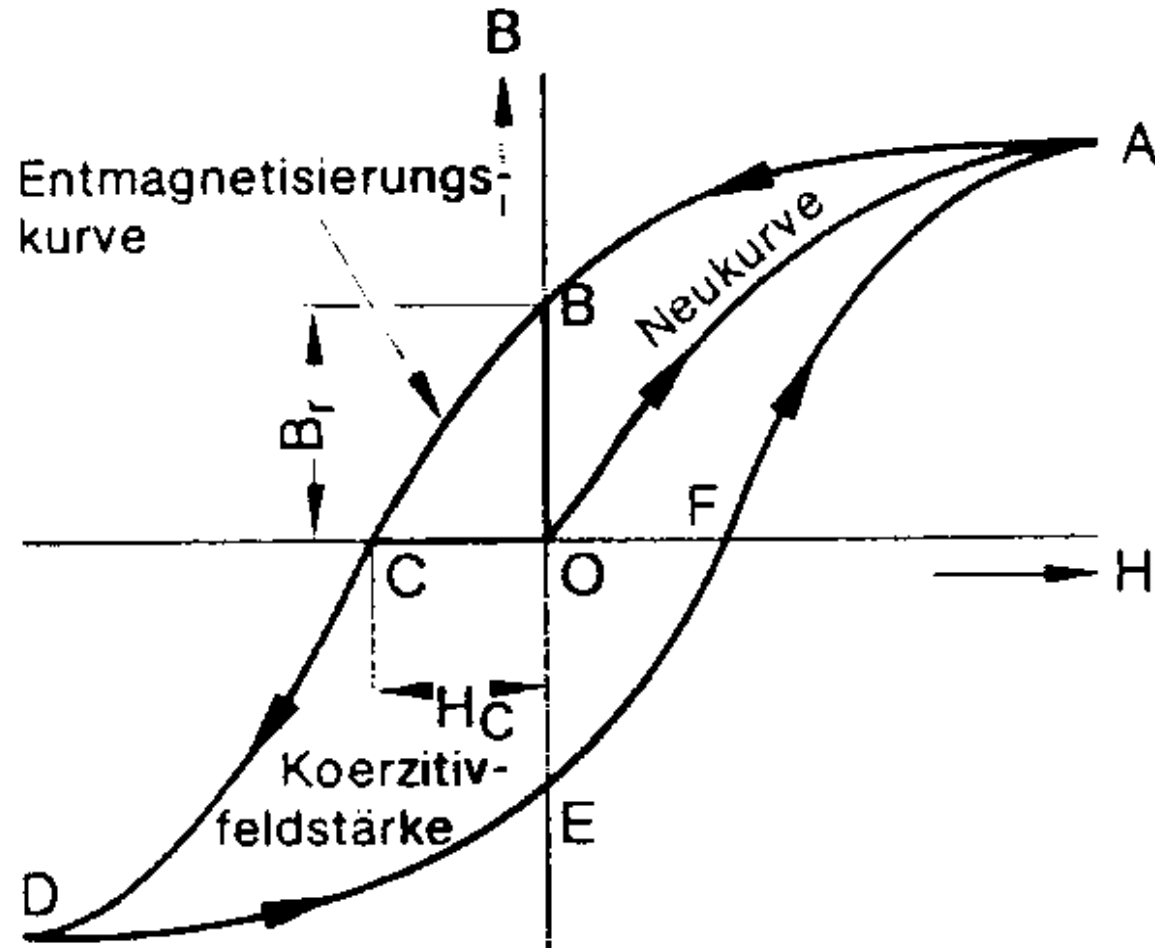
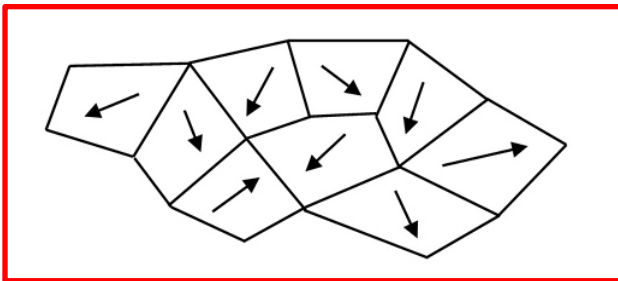
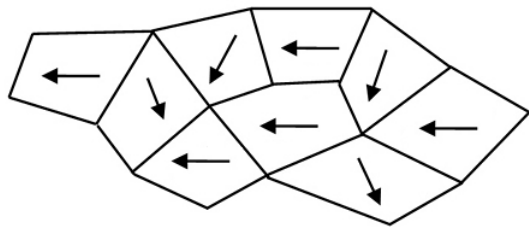
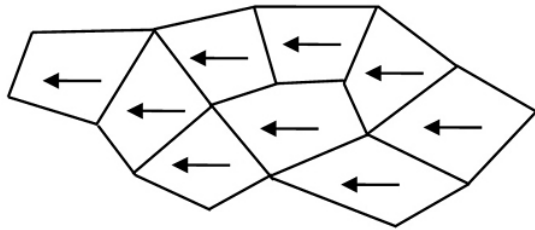
$$\text{Relative Permeabilität } \mu_r = \mu_r(\text{H}) \quad (\text{werkstoffabhängig})$$

Technisch interessant sind vor allem Stoffe mit $\mu_r \gg 1$

BH - Kurve ferromagnetischer Materialien

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \mu_r = \mu_r(H)$$

Ausrichten der
Weißchen Bezirke

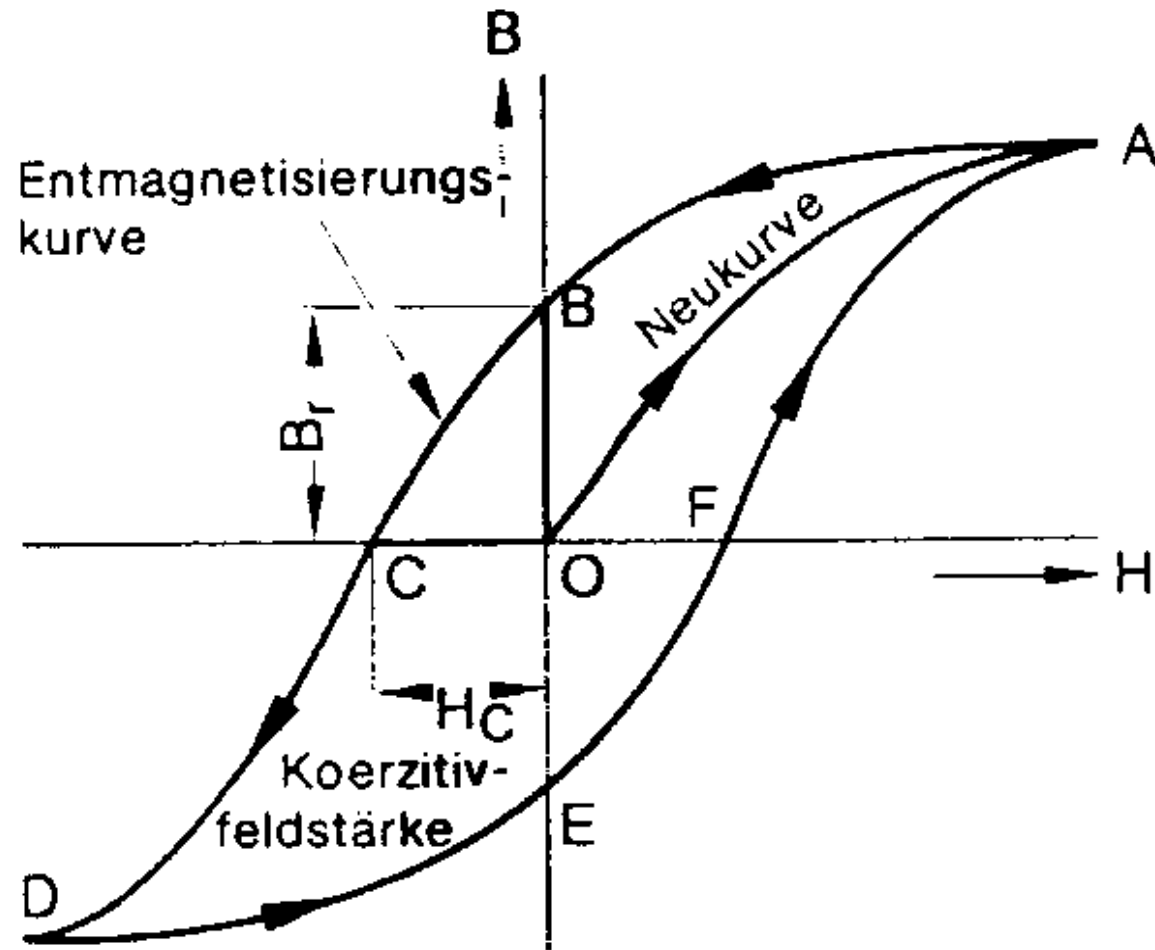
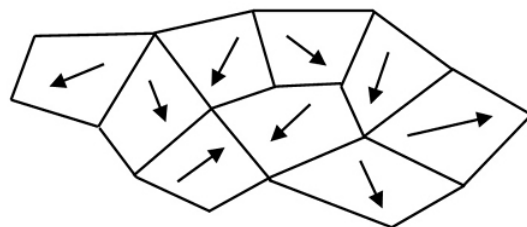
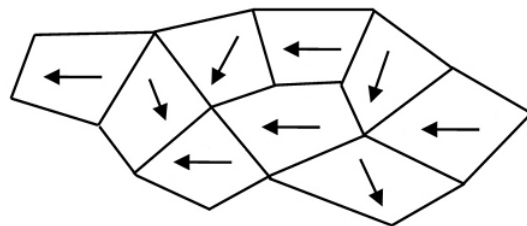
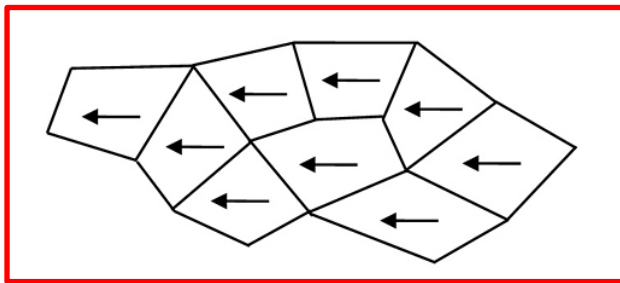


Kennzeichnungen

BH - Kurve ferromagnetischer Materialien

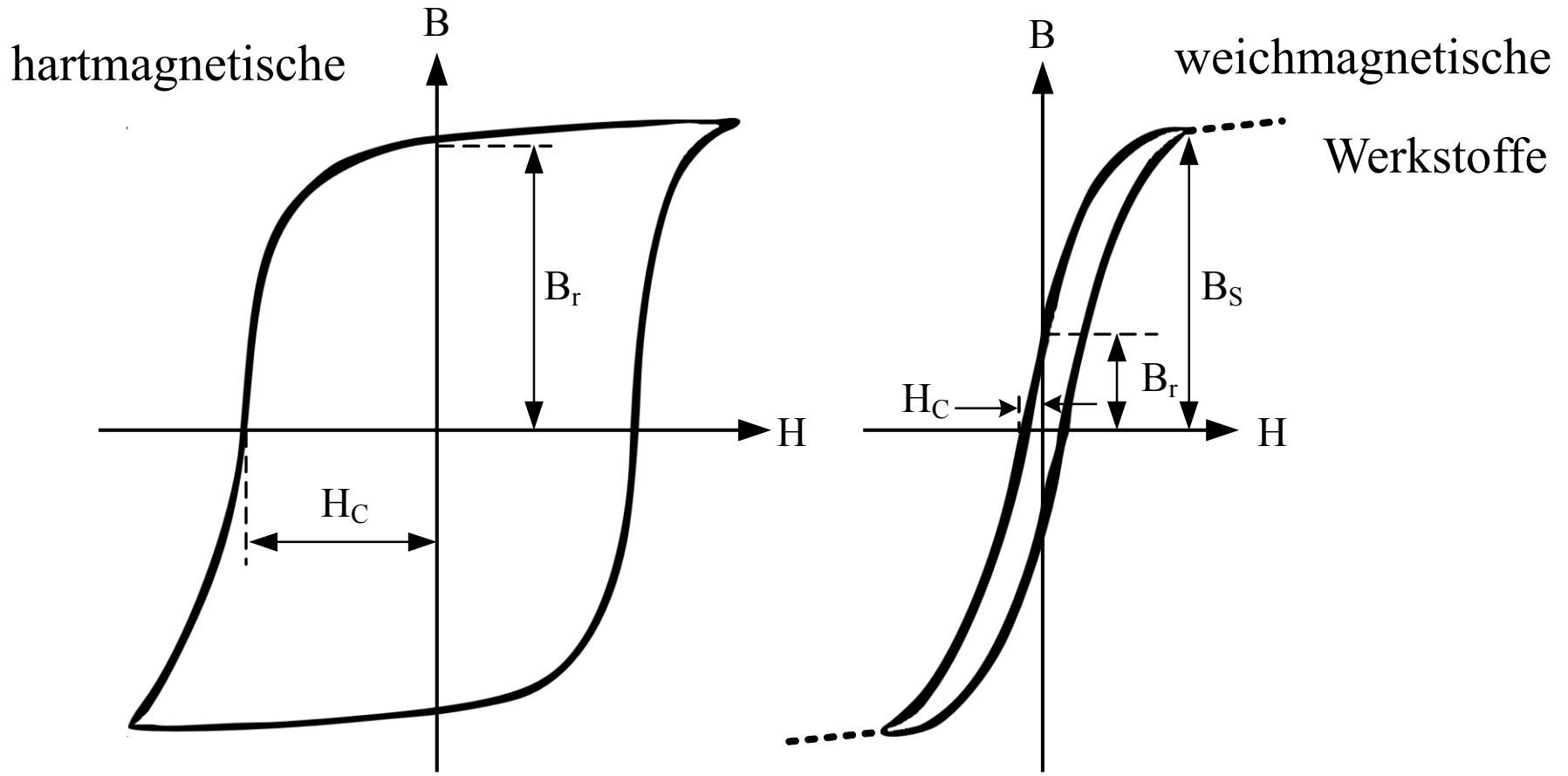
$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad \mu_r = \mu_r(H)$$

Ausrichten der
Weißchen Bezirke



Kennzeichnungen

BH - Kurve ferromagnetischer Materialien: hartmagnetische und weichmagnetische Werkstoffe

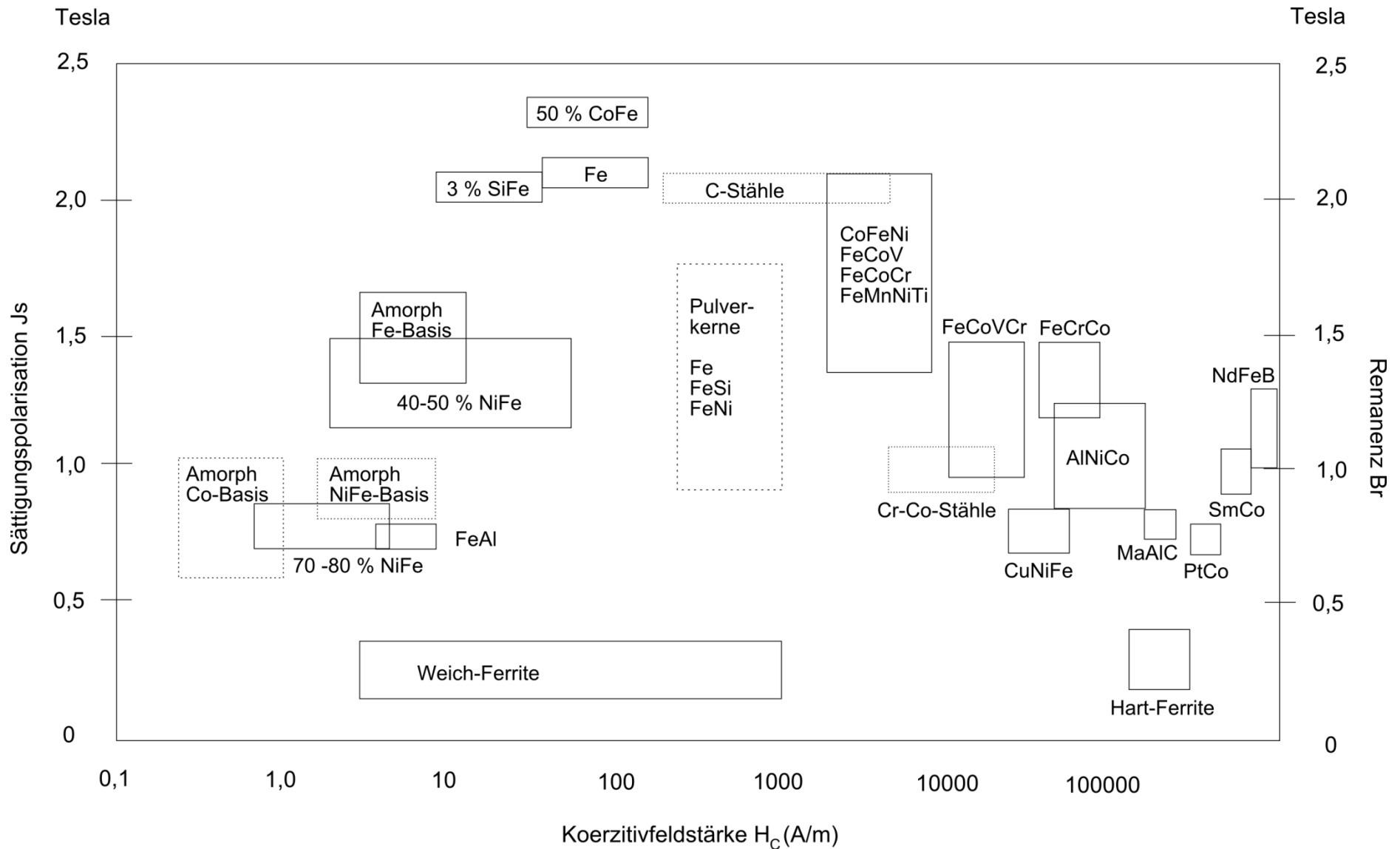


B_r ... Remanenz

H_c ... Koerzitivfeldstärke

B_s ... Sättigung

Übersicht ferromagnetischer Materialien



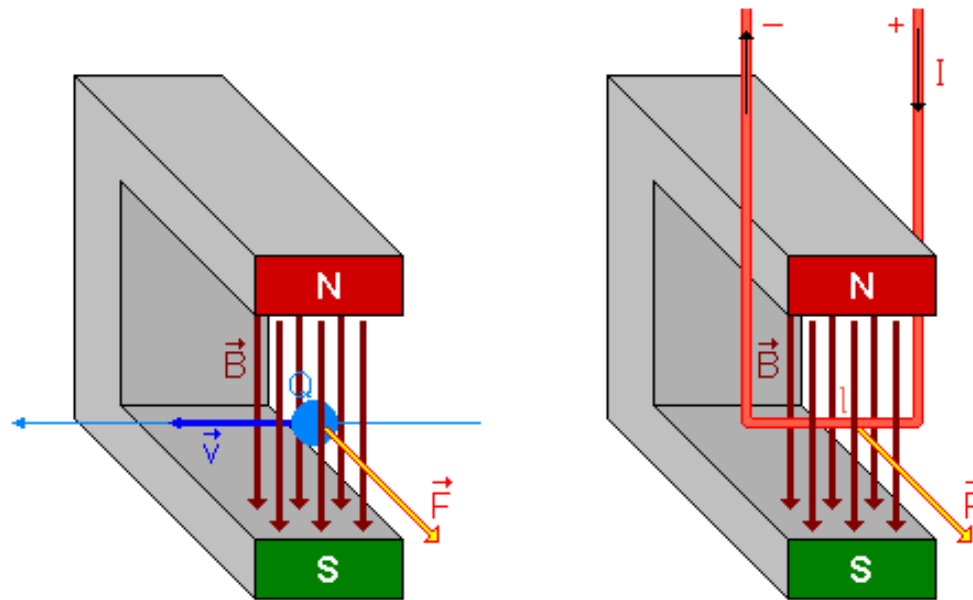
Magnetkräfte

Es gibt zwei Arten von Kräften,
die durch Magnetfelder verursacht werden:

- Lorentzkraft
 - Kraft auf bewegte Ladungsträger im Magnetfeld
- Reluktanzkraft
 - magnetische Grenzflächenkraft, Maxwell'sche Zugkraft
 - Feldlinien streben nach Verkürzung

Lorentzkraft

Die Lorentzkraft ist die Kraft, die eine bewegte Ladung im magnetischen Feld erfährt. Sie wirkt senkrecht zum magnetischen Feld und senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladung



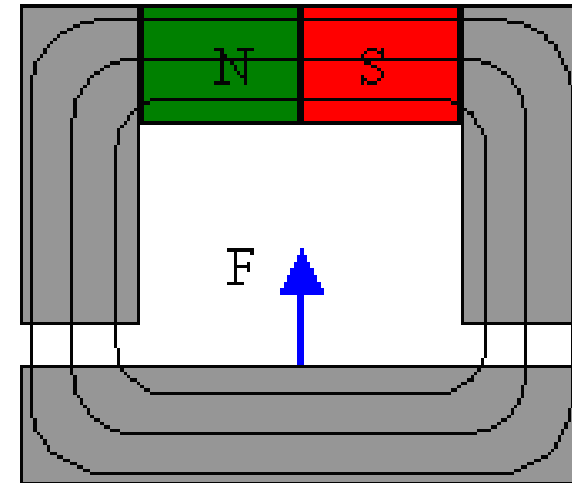
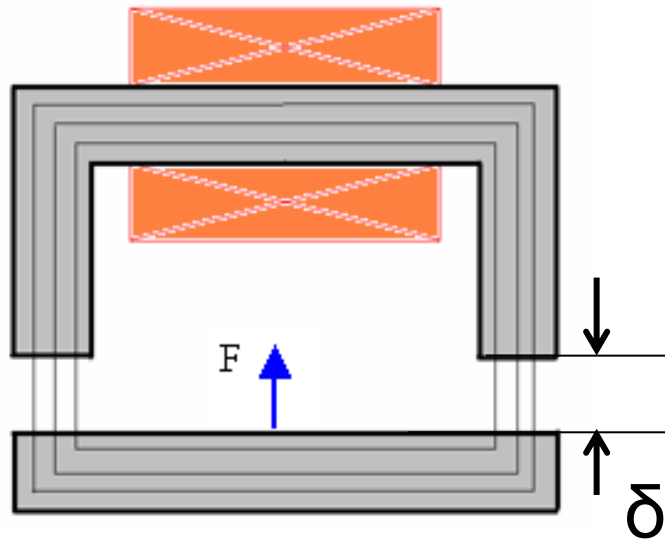
$$F_L = Q \cdot v \times B$$

$$F_L = I \cdot l \times B$$

$$F_L \sim I ; F_L \sim B$$

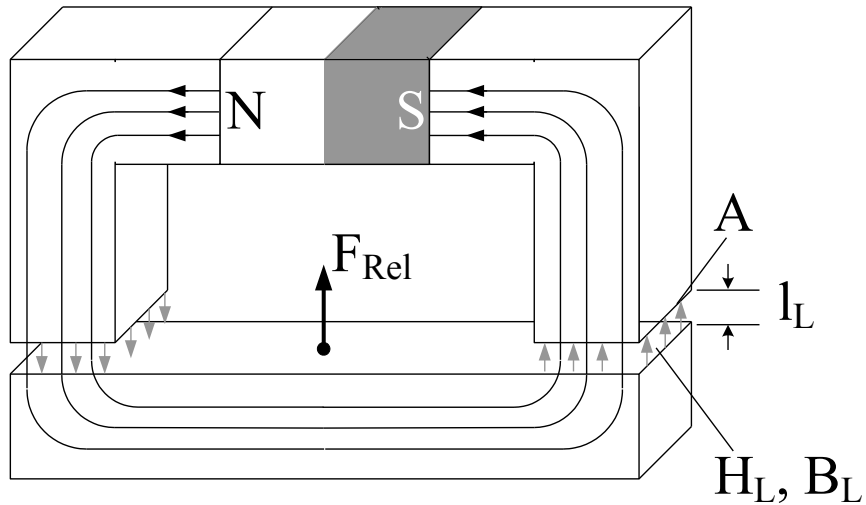
Reluktanzkraft - Maxwell'sche Zugkraft

Die Reluktanzkraft entsteht anschaulich dadurch, dass Magnetfeldlinien bestrebt sind, sich zu verkürzen.



$$F_{\text{Rel}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_L} A \quad ; \quad F_{\text{Rel}} \sim B^2 \quad ; \quad F_{\text{Rel}} \sim \frac{1}{\delta^2}$$

Reluktanzkraft - Maxwell'sche Zugkraft

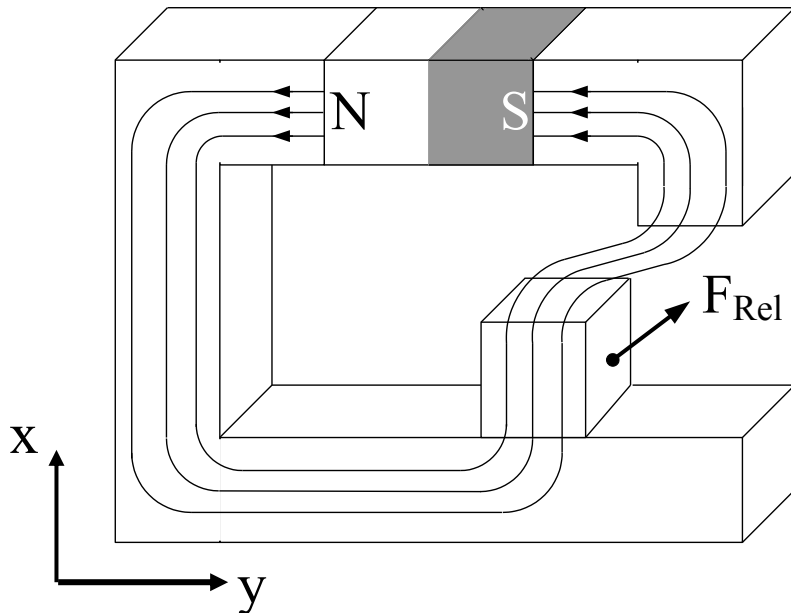


Magnetische Feldenergie:

$$W = \int_V \frac{1}{2} H \cdot B \cdot dV = \int_V \frac{1}{2} \frac{B_L^2}{\mu_L} \cdot dV$$

Reluktanzkraft:

$$F = \frac{dW}{dx} \quad \text{hier} \quad F_{\text{Rel}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_L^2}{\mu_0} \cdot A$$



$$F_{\text{Rel}} = ?$$

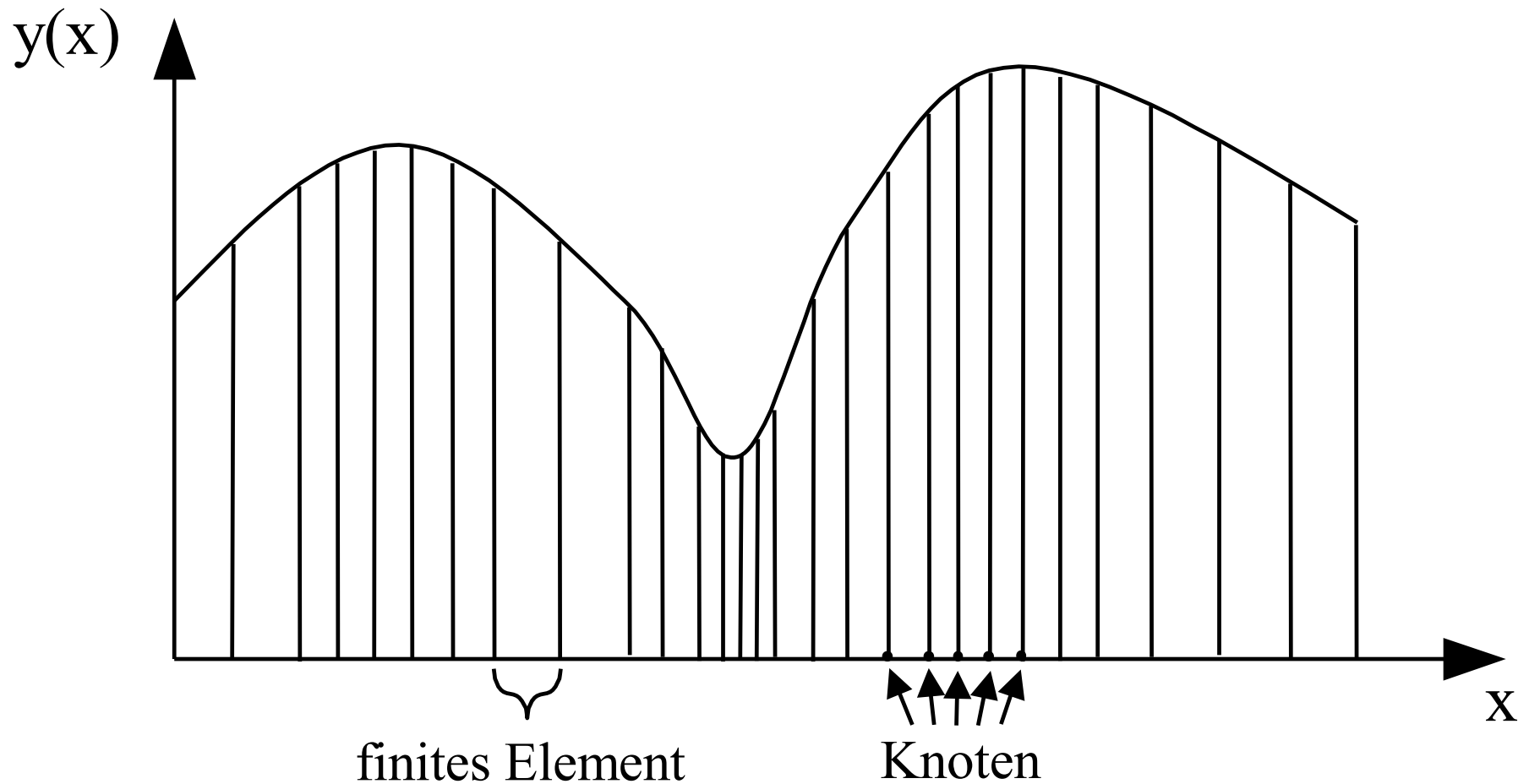
→ Numerische Verfahren!

Methode der Finiten Elemente

Die Finite-Elemente-Methode: FEM

- die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen (**PDGLs**)
- Grundlage ist die Unterteilung des Lösungsgebietes in endlich viele Intervalle, die **finiten Elemente**
- auf den Elementen wird die Lösung abschnittsweise durch **Ansatzfunktionen** approximiert (meist Polynome)
Beispiel lineare Ansatzfunktion in 2D:
 $w(x, y) = ax + by + c$ mit unbekanntem Parametern a, b, c
- mit Hilfe der Ansatzfunktionen lässt sich aus einer speziellen Formulierung der PDGL ein **lineares Gleichungssystem** für die unbekanntem Parameter erstellen

Eindimensionales Beispiel



Elementierung

- im Eindimensionalen sind die Elemente Strecken, die Elementgrenzen sind Punkte
- im Mehrdimensionalen sind die Elemente Drei- bzw. Vierecke (2D) und Tetraeder oder Oktaeder (3D), die Elementgrenzen sind Strecken oder Flächen
- je kleiner die Elemente, desto genauer kann im Allgemeinen die exakte Lösung angenähert werden
- in Bereichen starker Krümmung ist es sinnvoll feiner zu elementieren

Schritte einer FEM - Analyse

•Preprocessing

Erstellen der Geometrie

Zuweisen der Materialeigenschaften

Zuweisen von Lasten und Randbedingungen

Elementierung

•Solver

Erstellen des Gleichungssystems

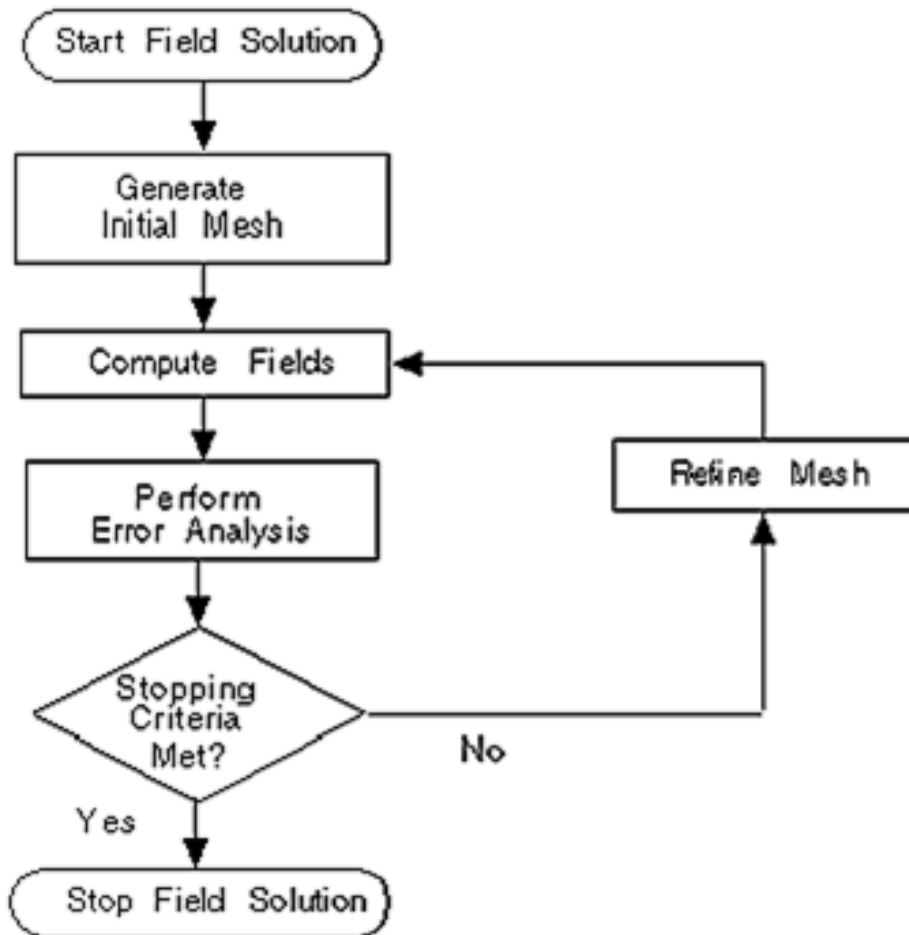
Lösen des Gleichungssystems

•Postprocessing

Darstellung der Ergebnisse

Interpretation der Ergebnisse

Schritte der Lösung in Maxwell / adaptive Netzverfeinerung



Abbruchkriterien:

Maximum Number of Passes:
Anzahl der Berechnungszyklen mit adaptiver Netzverfeinerung

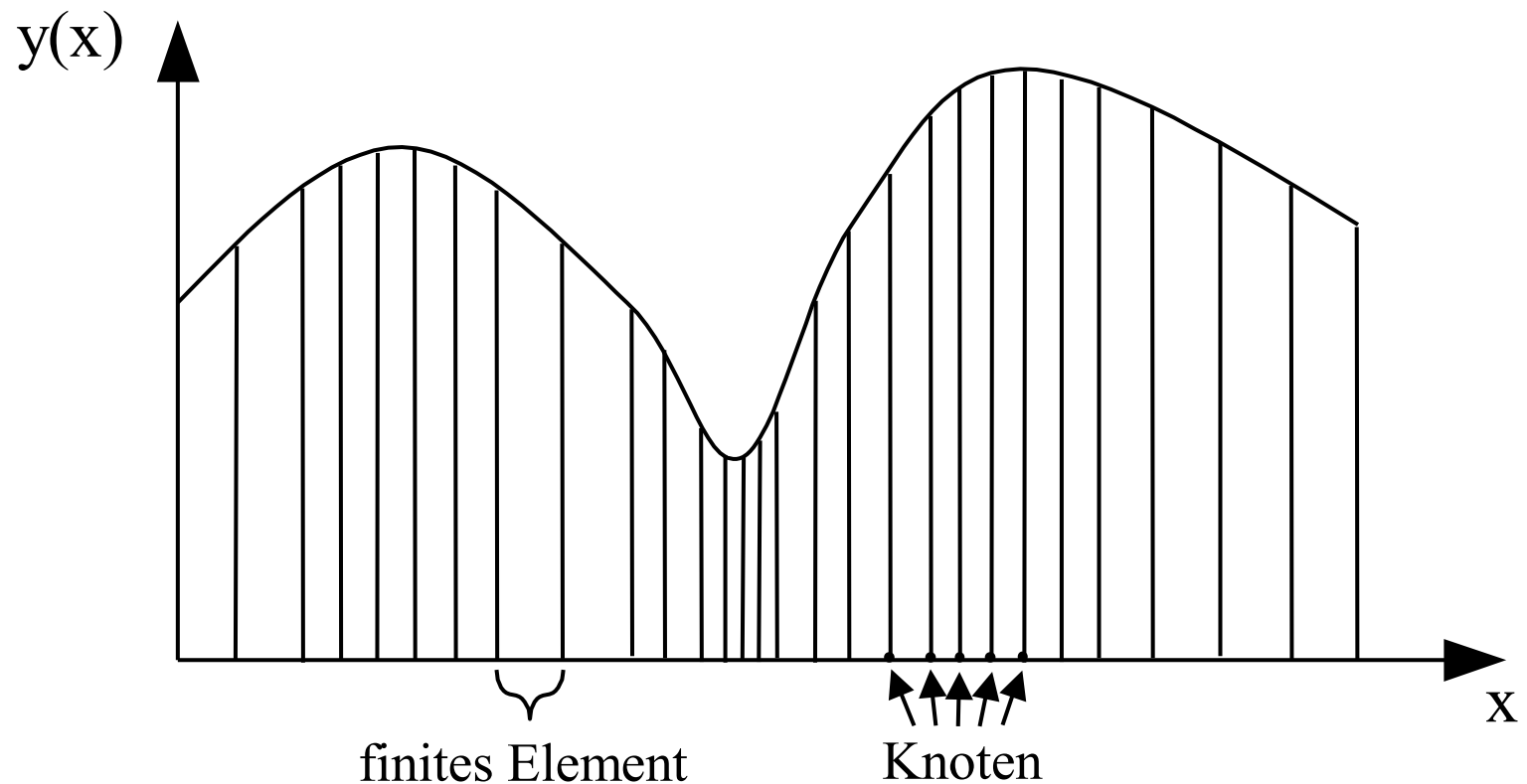
Percent Error:

Verhältnis zwischen Energie, die sich aus den lokalen Fehlern ergibt und der Gesamtenergie

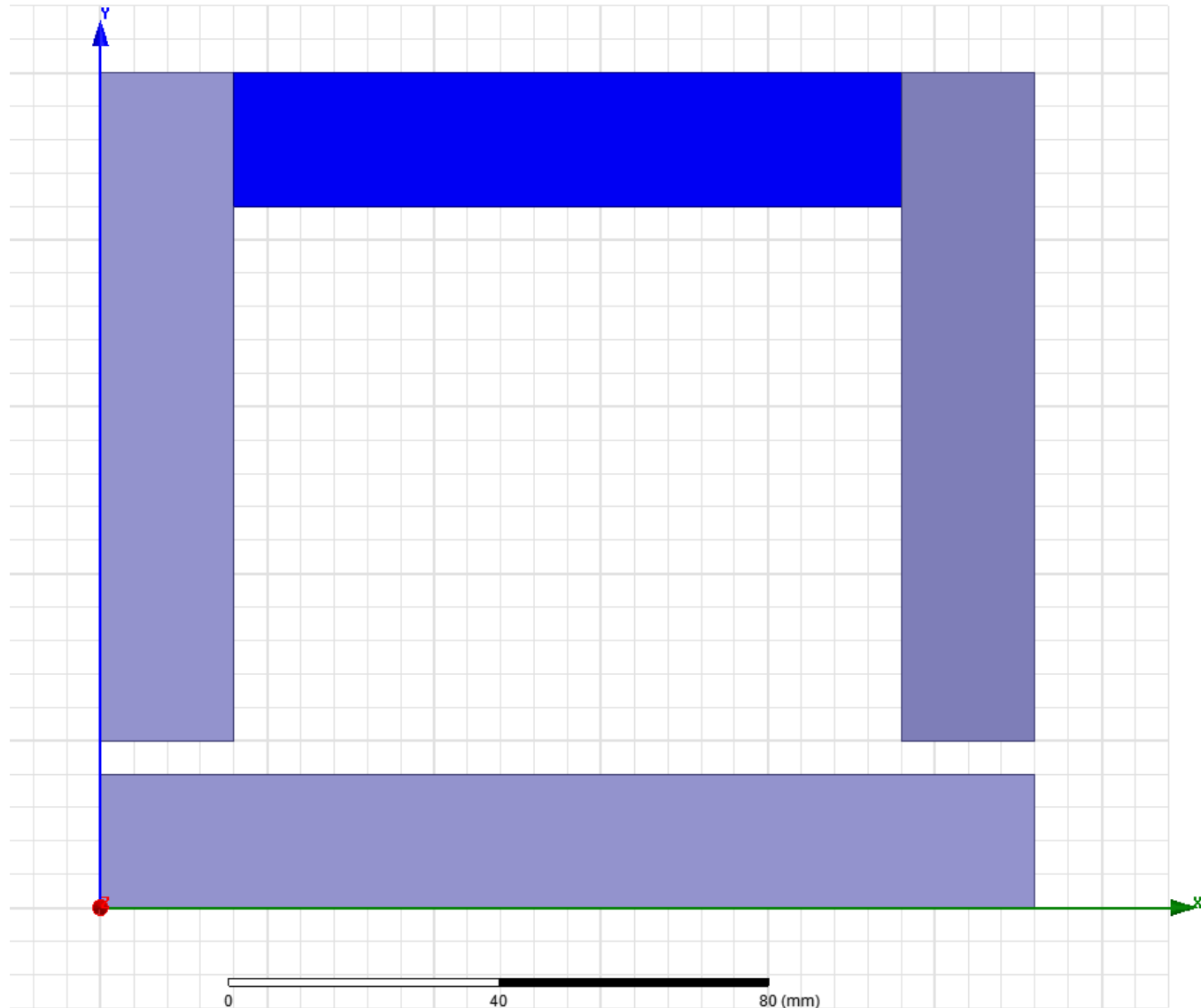
≈ **Genauigkeit** der Berechnung

Adaptive Netzverfeinerung in MAXWELL

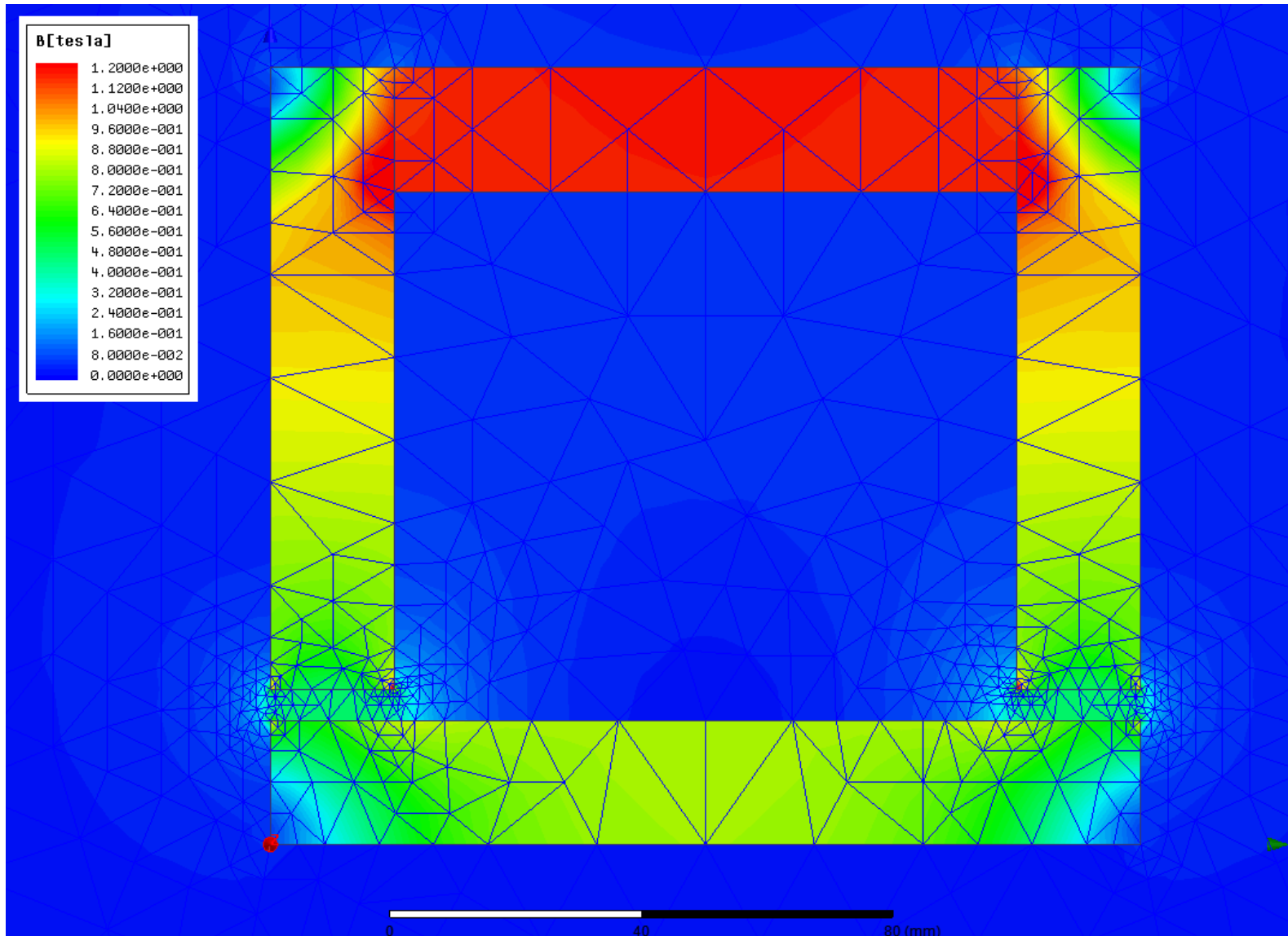
- automatische Netzverfeinerung in Bereichen großer Fehler
- **lokale** Netzverfeinerung spart Rechenzeit gegenüber **globaler** Verfeinerung



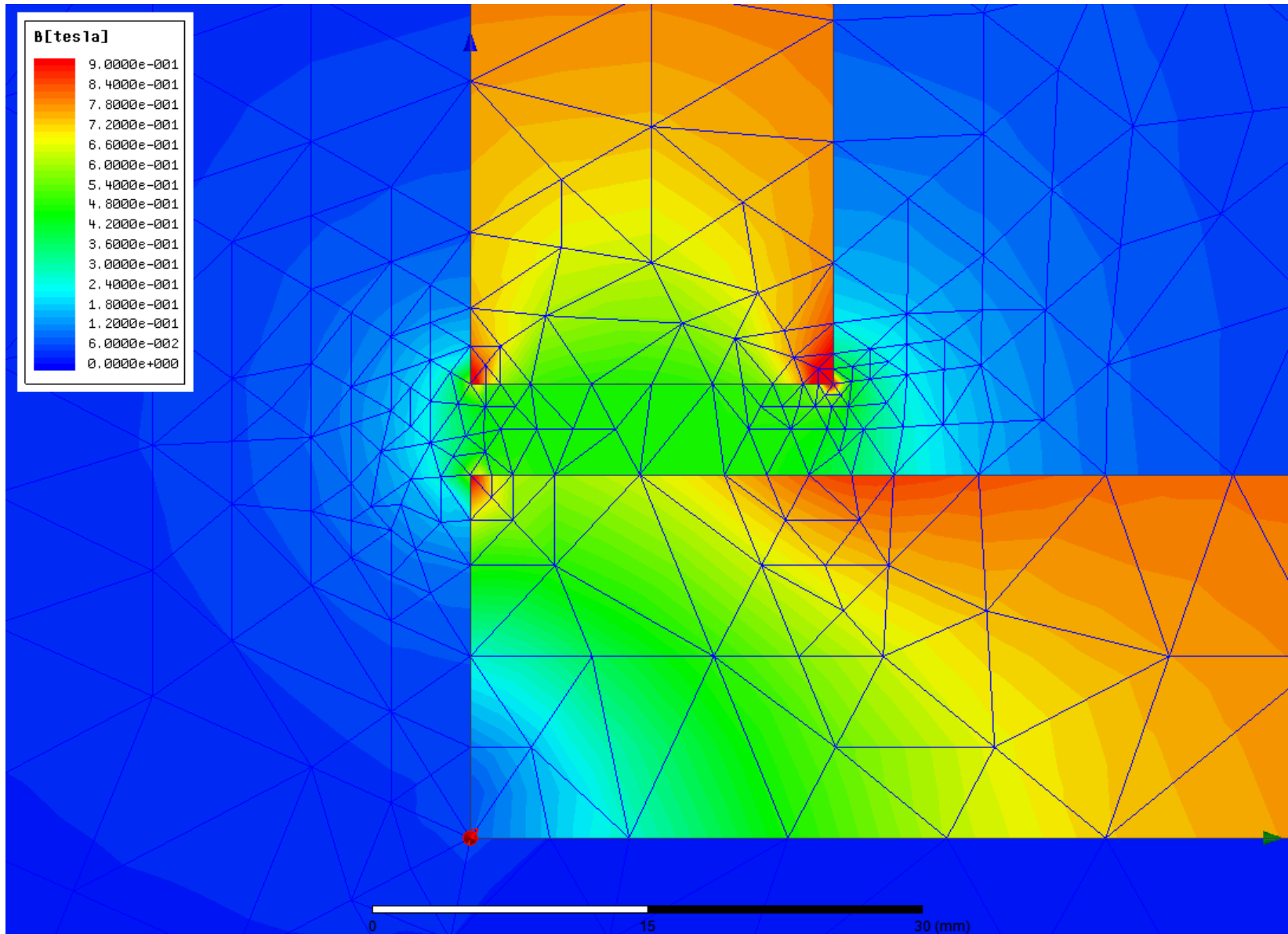
Adaptive Netzverfeinerung



Adaptive Netzverfeinerung

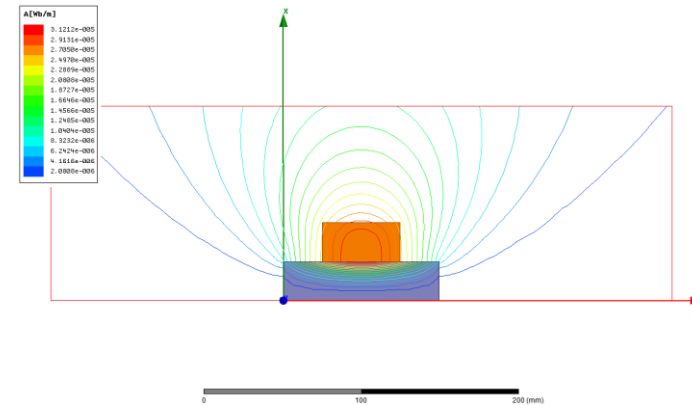


Adaptive Netzverfeinerung

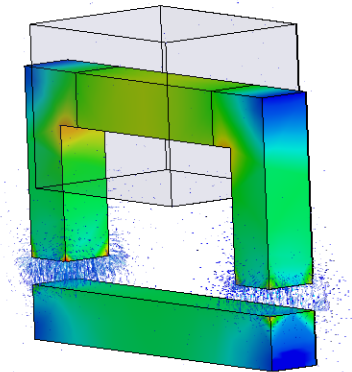


Designs in MAXWELL (Magnetostatik):

- **2D - Designs**



- **3D - Designs**



- **RMxpert - Designs**

- Simulation von Elektromotoren
- wird im Rahmen dieser Veranstaltung nicht näher betrachtet

MAXWELL 2D (Magnetostatik):

In MAXWELL 2D stehen dem Benutzer zwei Koordinatensysteme zur Verfügung:

- das **kartesische XY** und
- das **zylindrische RZ** Koordinatensystem

Kartesische Koordinaten (XY):

FE-Rechnungen von in 2D darstellbaren Modellen
(Modelle ohne Hinterschneidungen, auch 2,5D Körper genannt)

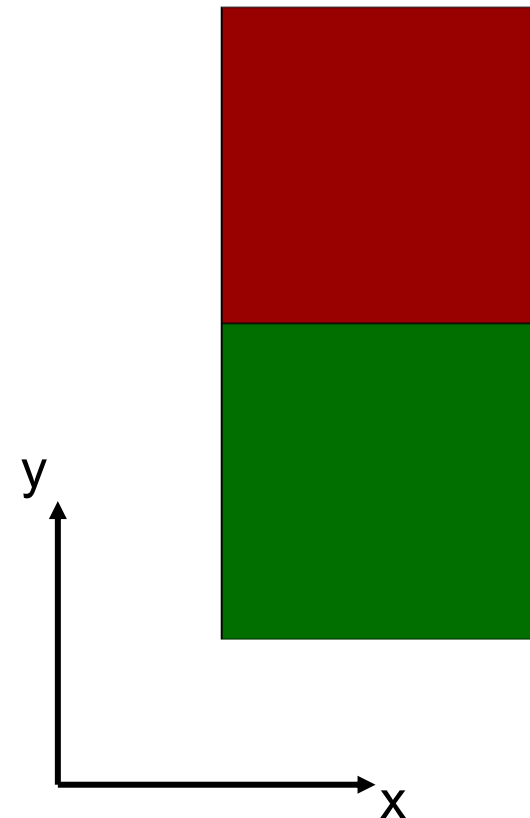
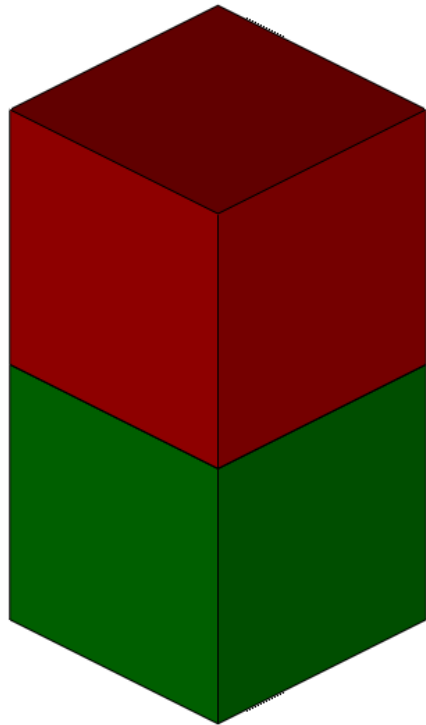
Zylindrische Koordinaten (RZ):

FE-Rechnungen von rotationssymmetrischen Modellen
(In MAXWELL die Koordinaten XZ)

Kartesische Koordinaten (XY): 2,5 dimensionaler Körper

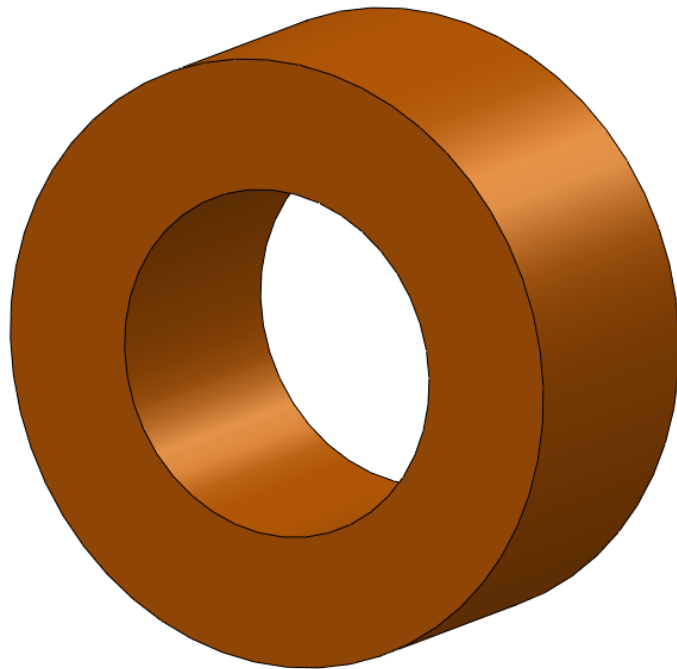
Permanentmagnet: Quader

in MAXWELL 2D

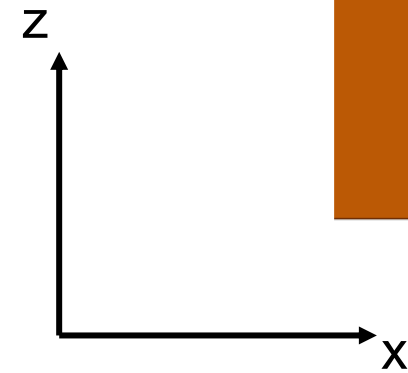


Zylindrische Koordinaten XZ: rotationssymmetrischer Körper

Spule

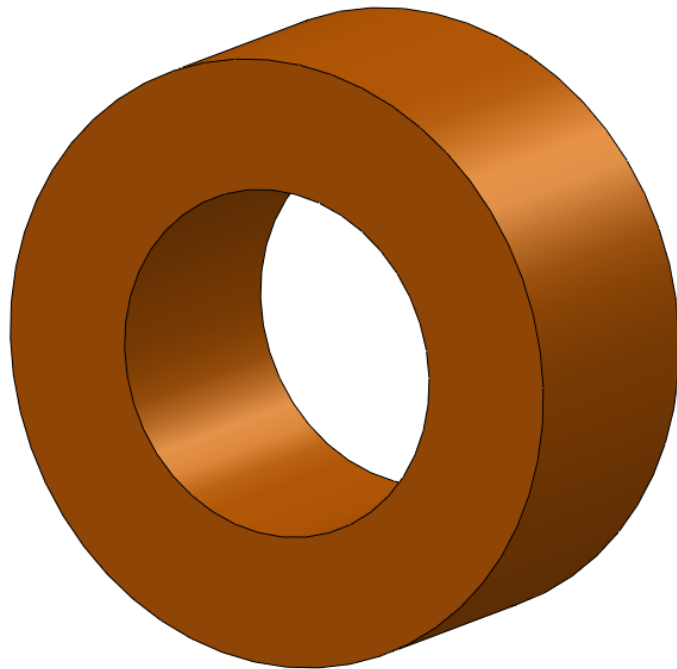


Halbschnitt

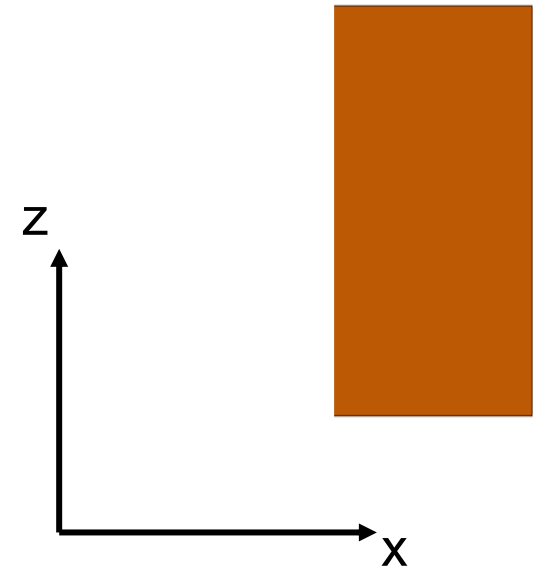


Zylindrische Koordinaten XZ: rotationssymmetrischer Körper

Spule

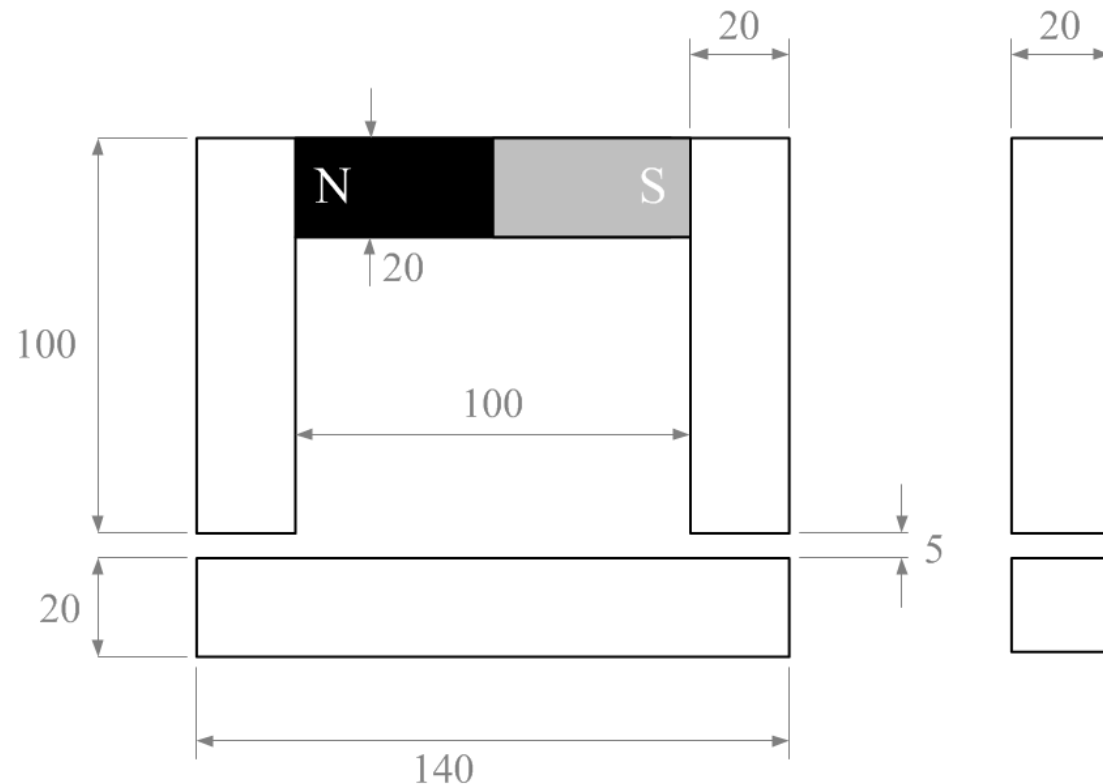


in MAXWELL 2D
nur Viertelschnitt

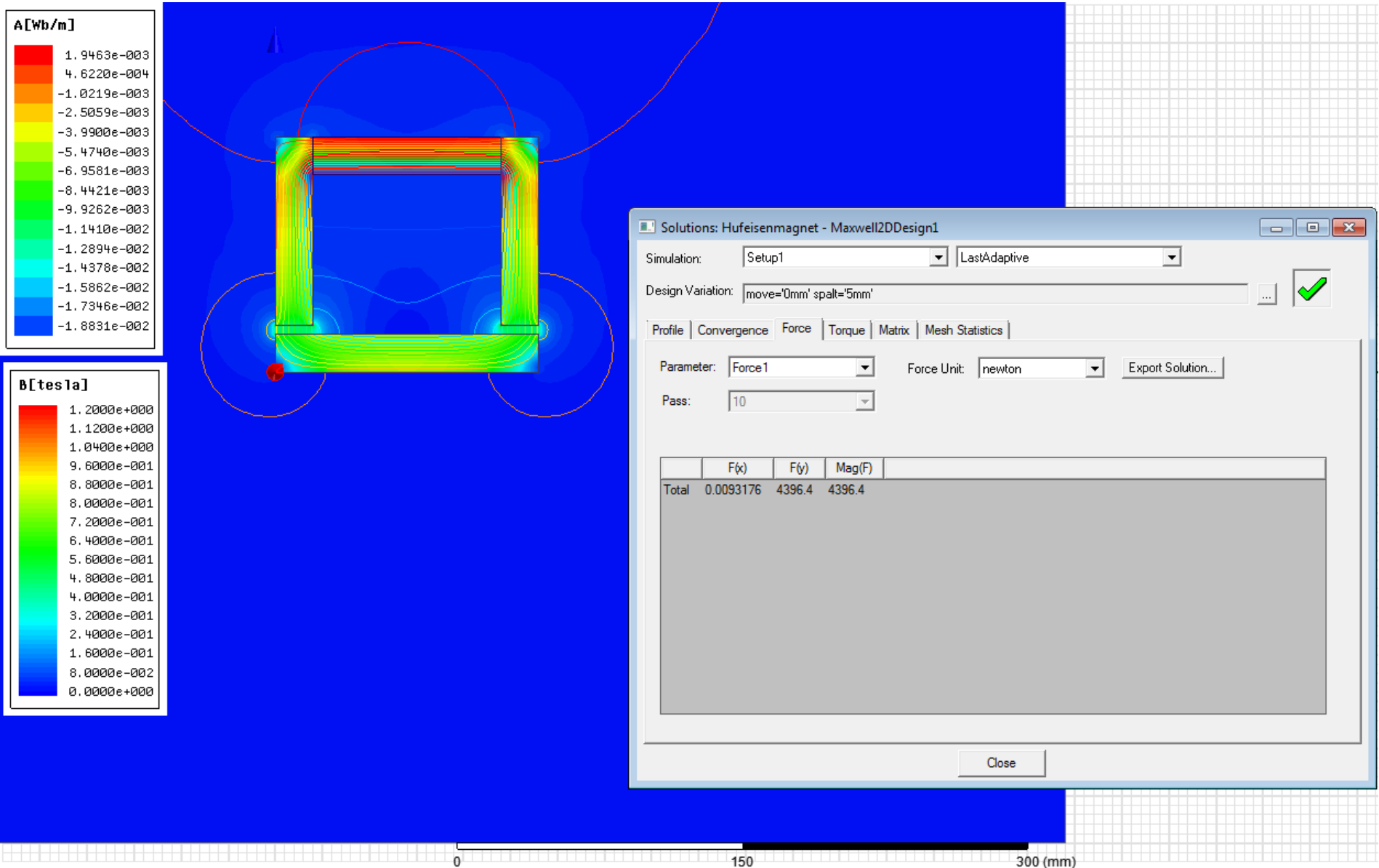


Kräfte und Momente in MAXWELL 2D

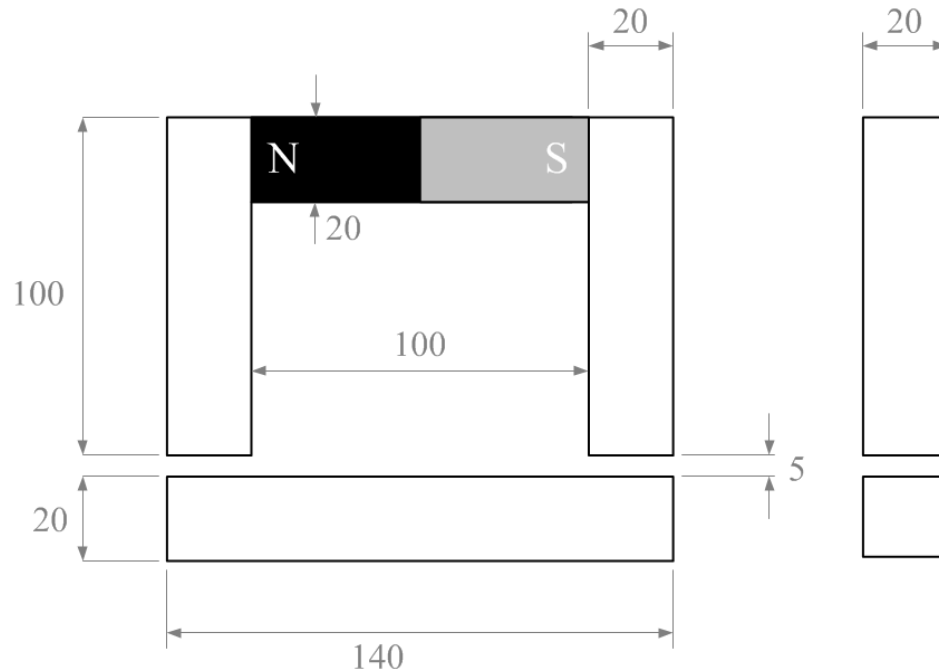
In der FE-Modellrechnung ermittelte Kräfte und Momente werden in MAXWELL 2D (kartesische Koordinaten) normiert auf **1 Meter Tiefe** ausgegeben



Kräfte und Momente in MAXWELL 2D



Kräfte und Momente in MAXWELL 2D



Ergebnis in MAXWELL 2D

Anzugskraft auf den Querbalken:

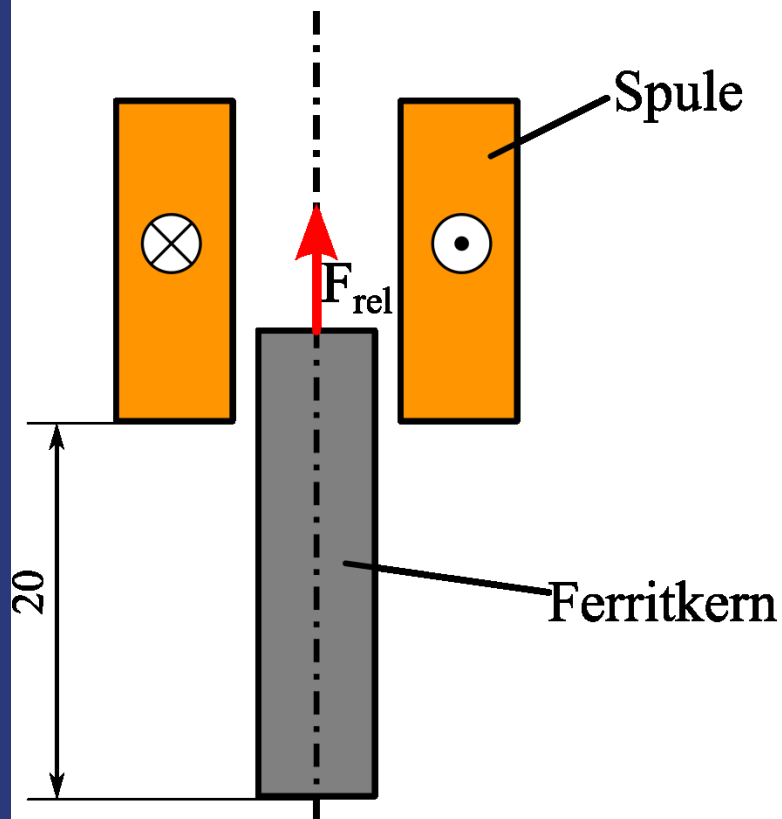
$$F_{\text{Rel_1m}} = 4396 \text{ N (pro Meter Tiefe)}$$

→ Kraft für eine Modelltiefe von 20mm

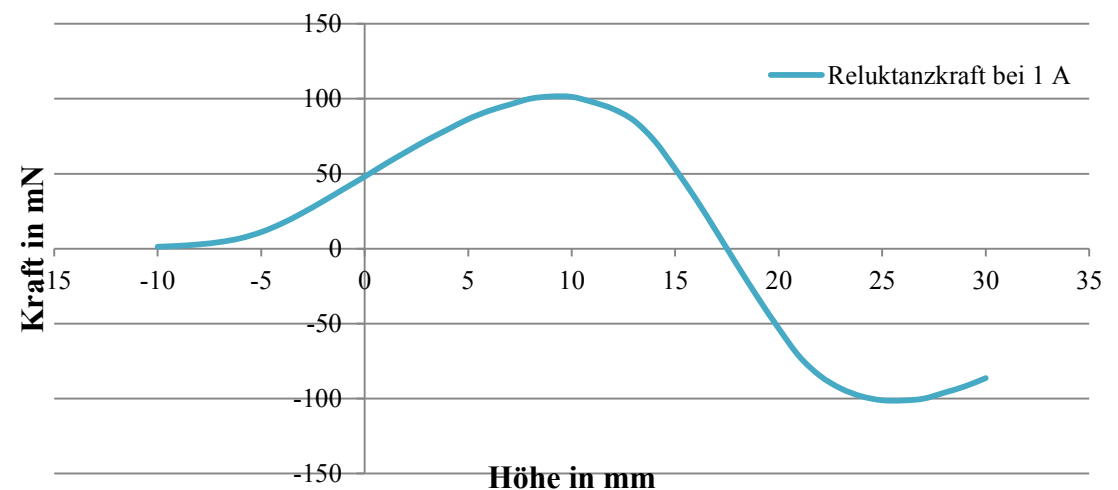
$$F_{\text{Rel_20mm}} = F_{\text{Rel_1m}} \cdot \frac{20\text{mm}}{1000\text{mm}} = 87,92 \text{ N}$$

Beispiele

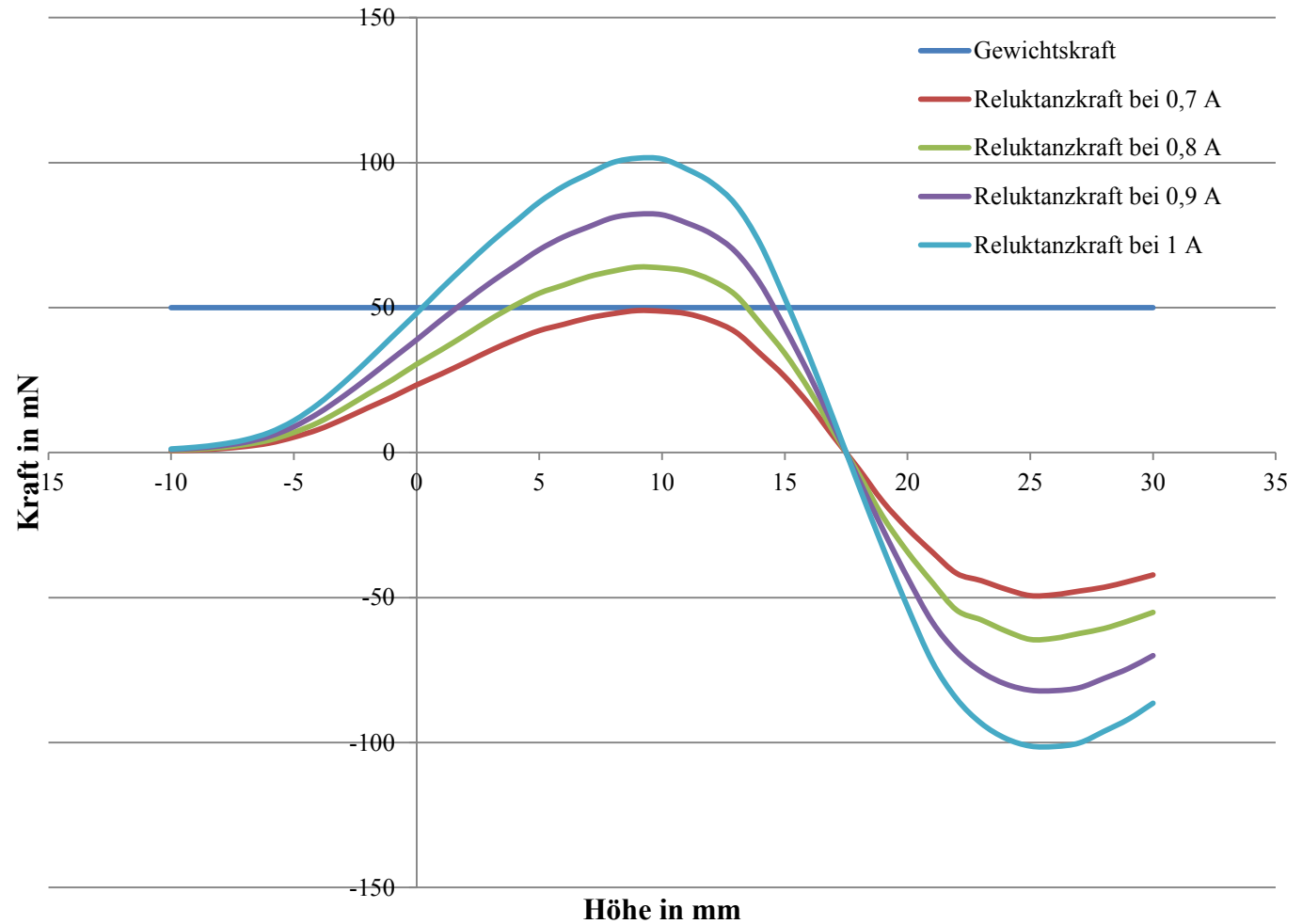
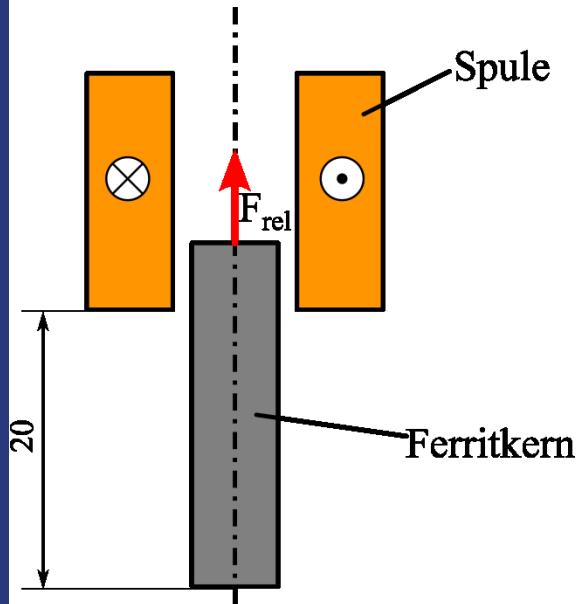
Modell Spule mit Kern



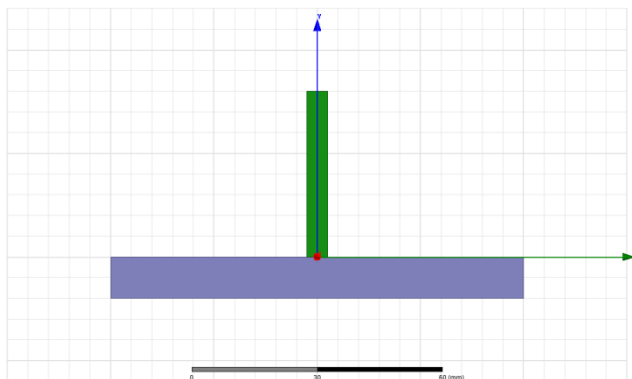
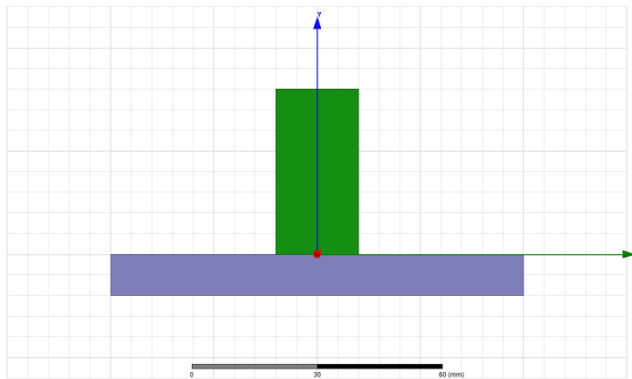
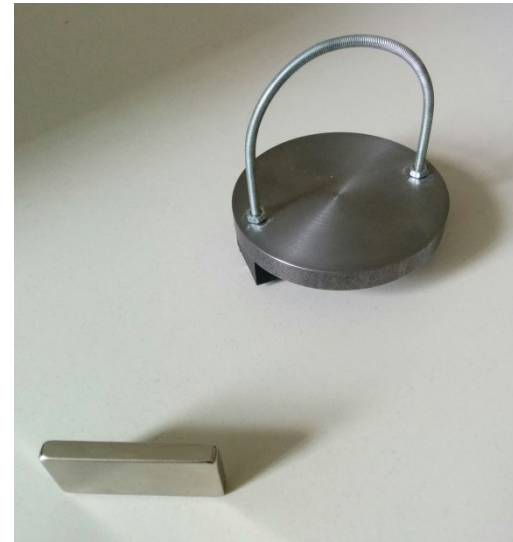
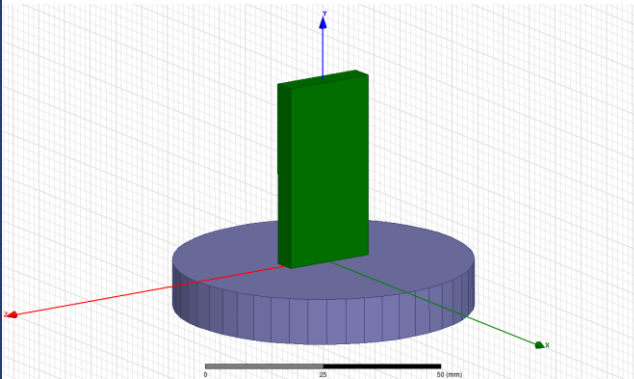
- Strom langsam erhöht
- bei 1 A → Kern hebt ab
- Strom langsam verringert
- Kern bleibt zunächst in Spule
- fällt erst bei deutlich unter 1 A herunter
- $F_{\text{rel}} = F_{\text{rel}}(h)$



Modell Spule mit Kern



Modell Permanentmagnet 40x20x5 mm



Design	F [N/m]	F [N]	Zeit
breit	8800,2	44,00	1:58 min
schmal	2787,3	55,75	2:25 min
3D	-	59,89	Ca. 17 h

2D vs. 3D

- 2D-Modelle in kartesischen Koordinaten stellen stets nur die Näherung eines 3D-Problems dar
 - Feldkomponenten in z-Richtung werden nicht berücksichtigt!
- Rechenzeit für 3D-Modelle bei gleicher Genauigkeit deutlich größer
- Auch diese bilden die Realität nur vereinfacht ab (z.B. Materialeigenschaften)

Randbedingungen / Symmetriebedingungen

Symmetriebedingungen - Anwendung

- die Dauer der Berechnung steigt überproportional mit der Anzahl der Variablen
- die Modellgröße und damit die Zahl der Elemente und Knoten lässt sich durch Symmetriebedingungen oft stark reduzieren
- das reduzierte Modell ist damit schneller lösbar als eine vollständige Simulation

Symmetriebedingungen - Symmetry odd

Ermöglicht das Ausnutzen einer Spiegelsymmetrie

Wirkung auf E- und B- Felder genau umgekehrt!

- die **magnetische Flussdichte B** verläuft **tangential** zu dieser Fläche
- das elektrische Feld E tritt senkrecht durch diese Fläche

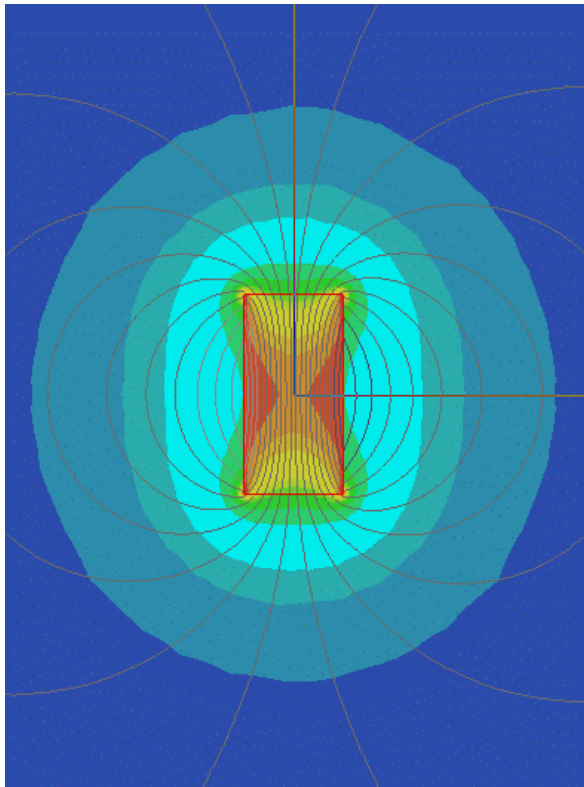
Randbedingungen - Symmetry even

Ermöglicht das Ausnutzen einer Spiegelsymmetrie

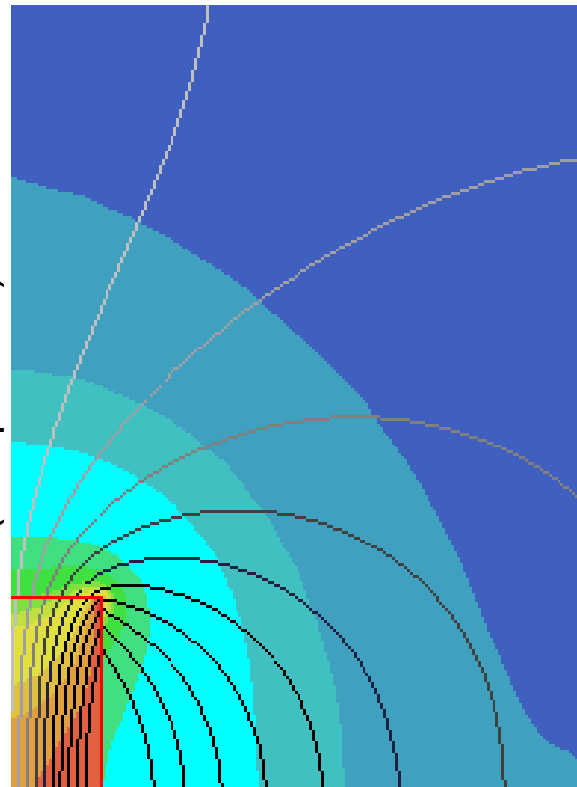
Wirkung auf E- und B- Felder genau umgekehrt!

- die **magnetische Flussdichte B** tritt **senkrecht** durch diese Fläche
- das elektrische Feld E verläuft **tangential** zu dieser Fläche

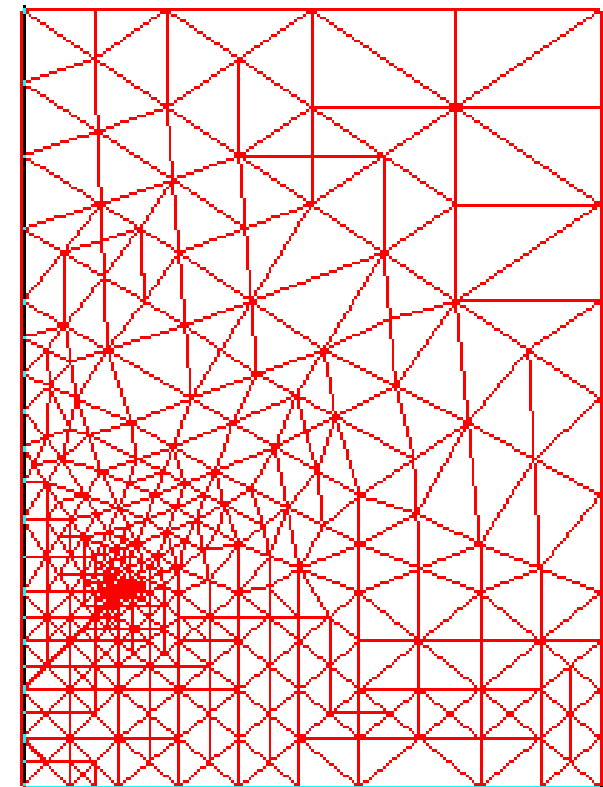
Randbedingungen - Symmetry even & Symmetry odd



Symmetry odd
(flux parallel)

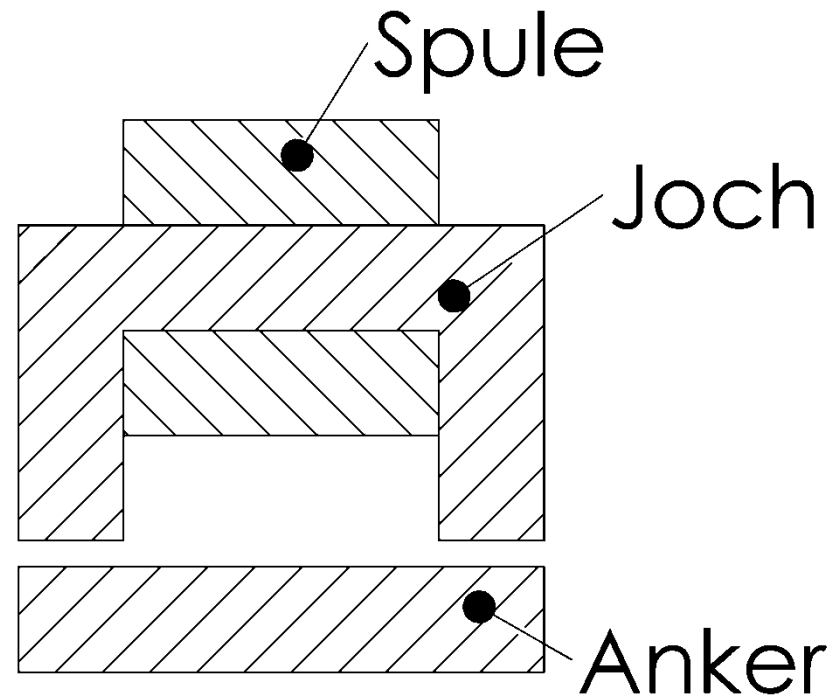
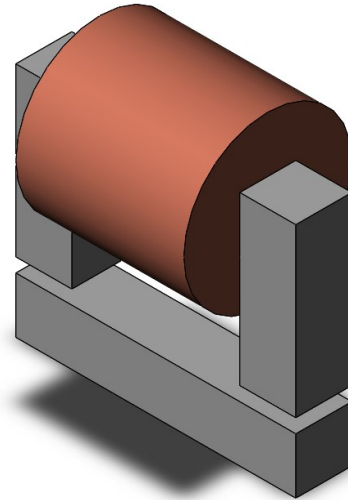


Symmetry even
(flux normal)



Vergleich zwischen analytischer und FEM-Berechnung

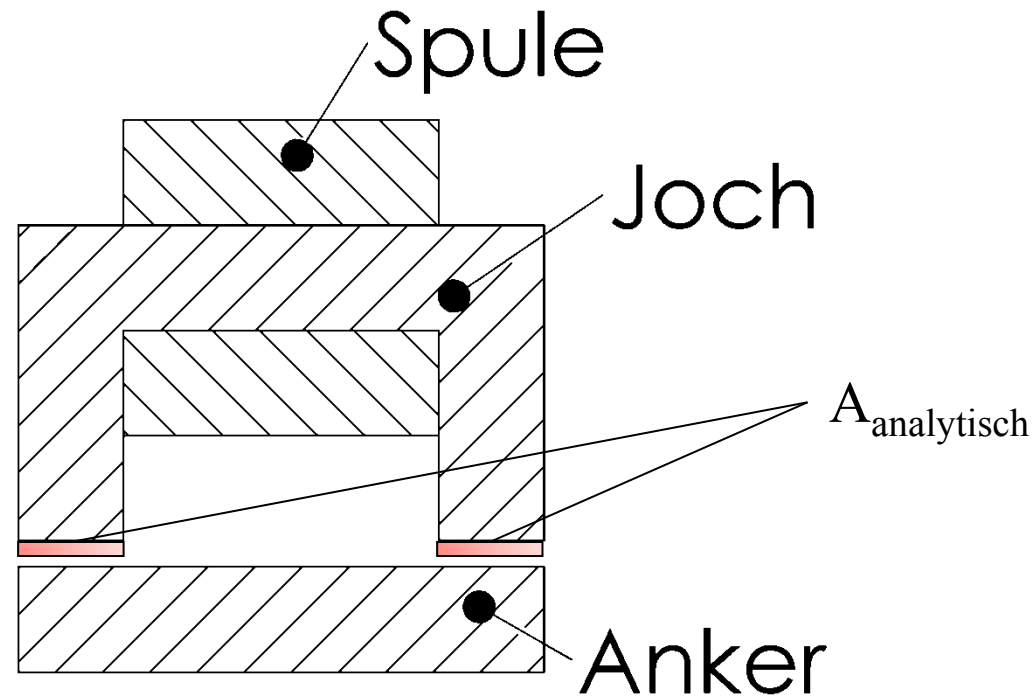
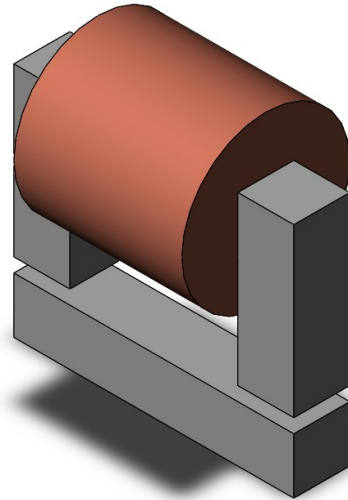
Analytische Berechnung



Annahmen:

- Feldlinienverlauf ist im Luftspalt homogen
- Streufelder werden vernachlässigt
- Eigenschaften des weichmagnetischen Werkstoffs idealisiert
 - $\mu_r \rightarrow \infty$, keine Sättigung
- gesucht: Kraft auf das bewegliche Weicheisenstück:

Analytische Berechnung



$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = N \cdot I$$

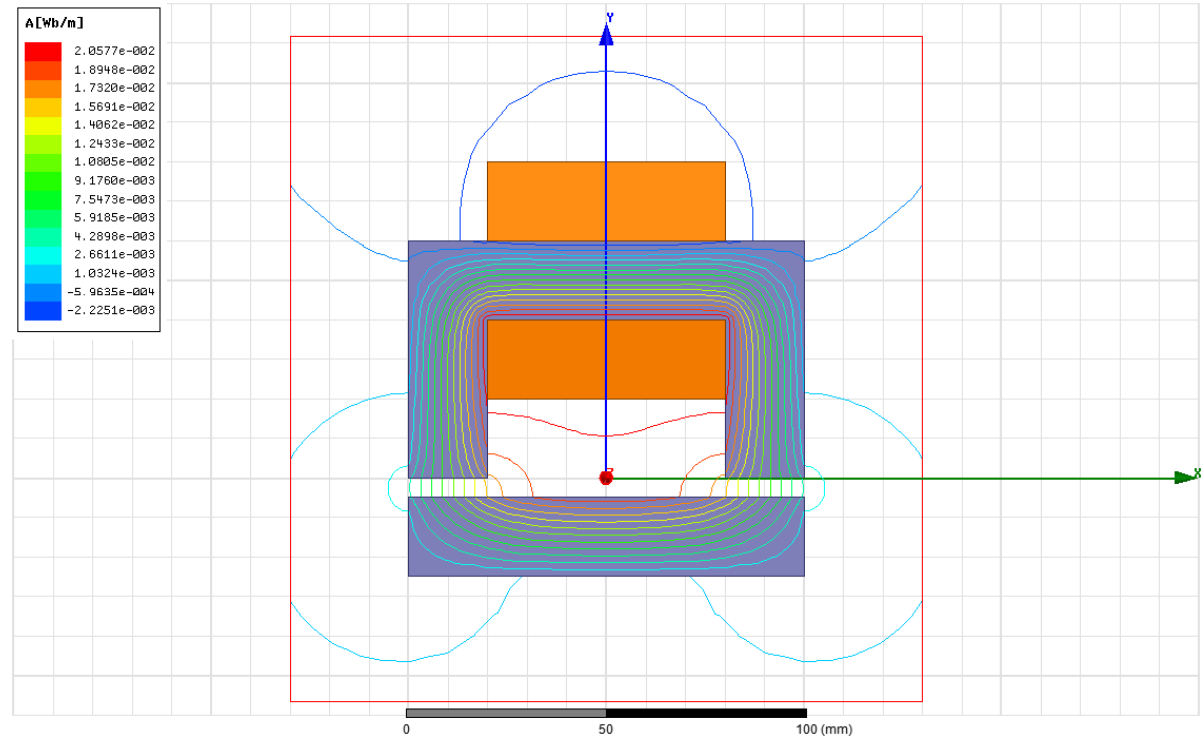
$$H_{\text{Fe}} \cdot l_{\text{Fe}} + H_L \cdot \delta + H_L \cdot \delta = N \cdot I$$

≈ 0

$$\rightarrow H_L = \frac{N \cdot I}{2\delta} \rightarrow B_L = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2\delta}$$

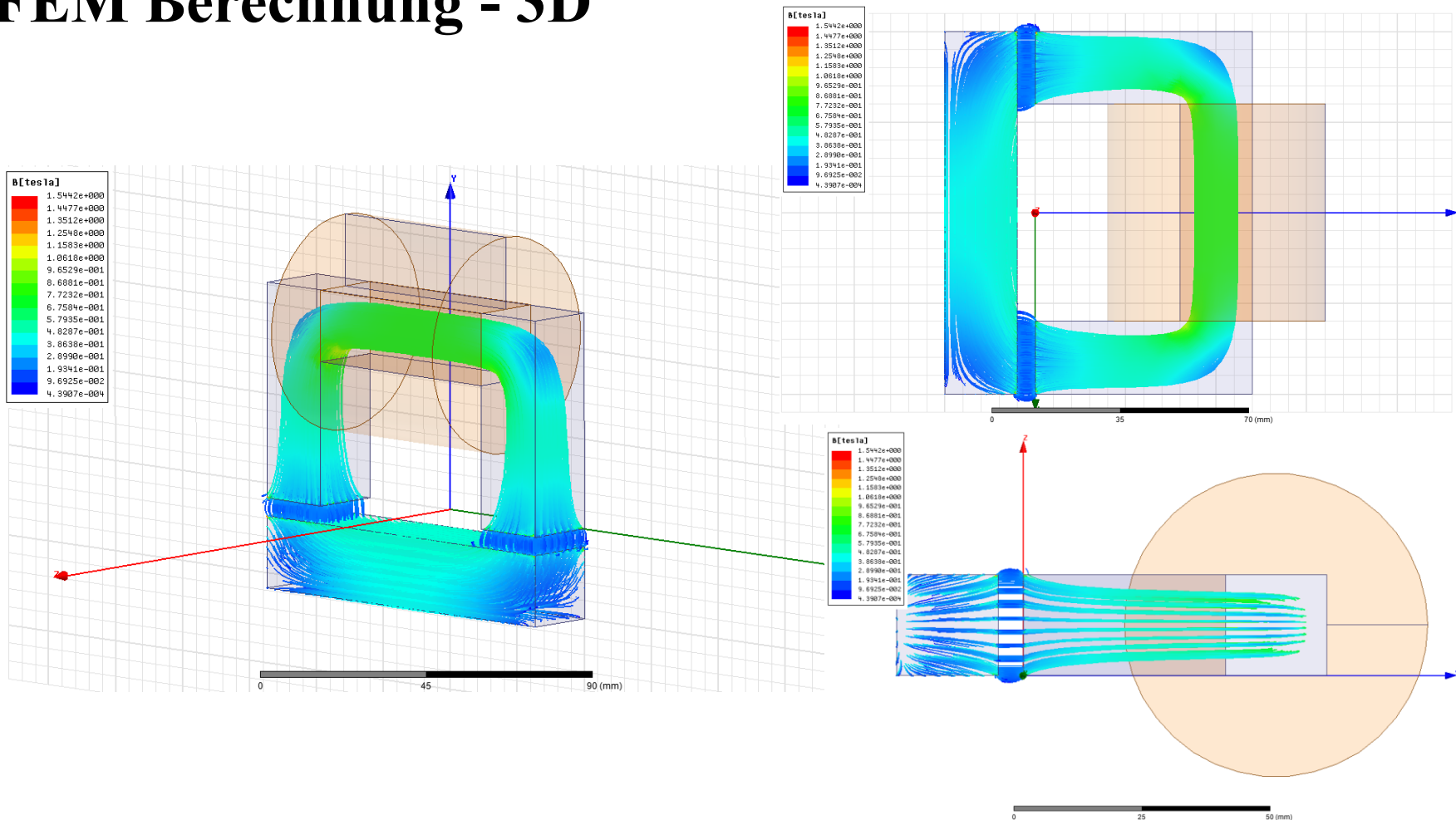
- Reluktanzkraft $F = \frac{B_L^2}{\mu_L} A_{\text{Analytisch}}$

FEM Berechnung - 2D



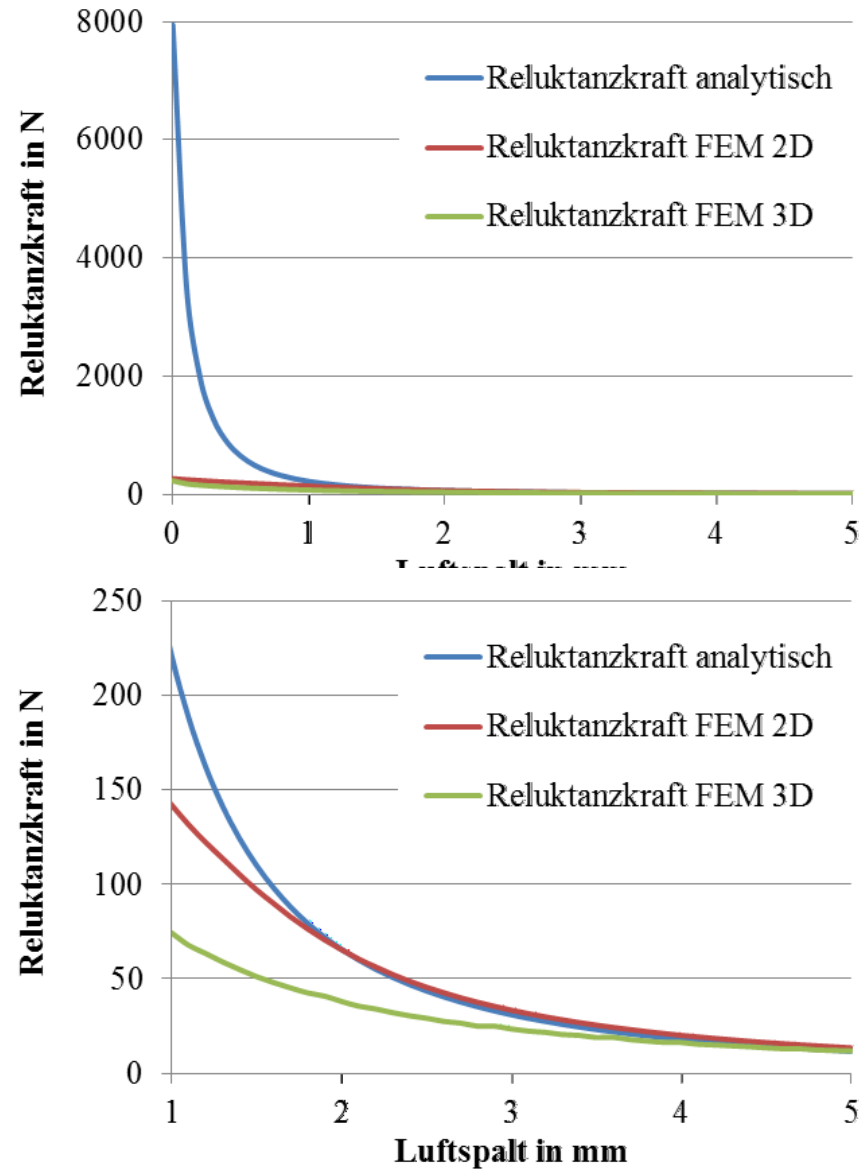
- Streufelder werden berücksichtigt, allerdings nur in der Bildebene
- begrenzte Permeabilität des Weicheisens wird berücksichtigt

FEM Berechnung - 3D



- bei 3D-Rechnung werden alle Streufelder berücksichtigt
- bestmögliche Abbildung der Realität
- allerdings: **deutlich größere Rechenzeiten als bei 2D-Problemen**

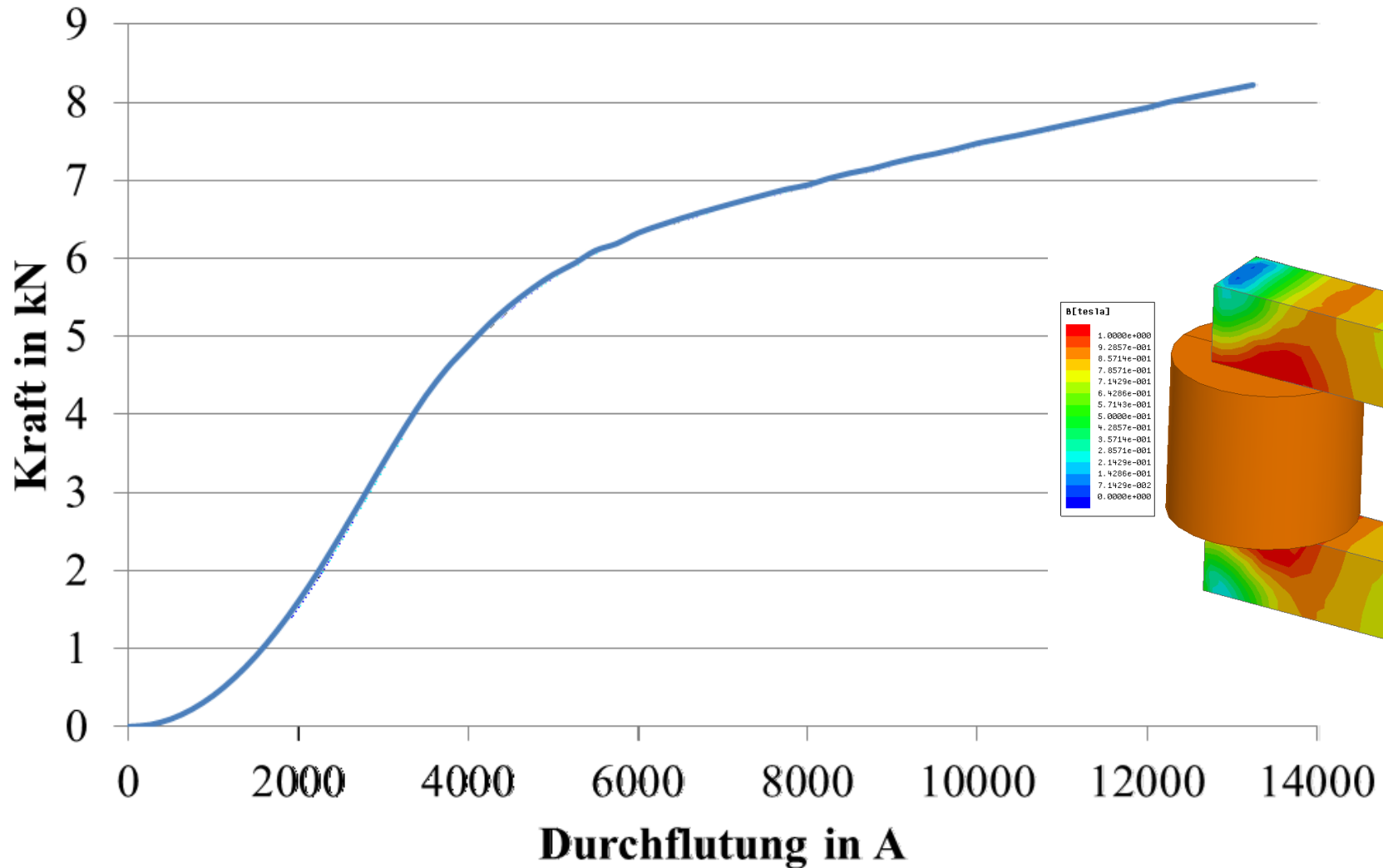
C-Magnet mit Spule - Änderung des Luftspalts - Vergleich



Fazit: Vergleich Analytik und FEM (2D&3D)

- der Einsatz analytischer Berechnungen ist durch die angenommenen Vereinfachungen eingeschränkt. Außerdem erschweren komplizierte Geometrien die Aufstellung eines geeigneten analytischen Modells
- für eine erste Auslegungsrechnung sowie zur parametrischen Optimierung reicht die 2D-FEM oft aus
- komplexe Geometrien sind oft nicht in 2D darstellbar
- zum Überprüfen der Ergebnisse müssen 3D-Berechnungen folgen

BH - Kurve: Sättigung



BH - Kurve: Sättigung

