

Technische Universität Berlin

Institut für Konstruktion, Mikro - und Medizintechnik

Fachgebiet Mikrotechnik

Prof. Dr. rer. nat. Heinz Lehr

Integrierte Lehrveranstaltung

Engineering Tools / Master

Übungseinheit

WinLens / ZEMAX

Wintersemester 2014 / 2015

Übungsleiter:

Dr.-Ing. Robert Dreyer

Tel. 030 - 314 - 28943

dreyer@fmt.tu-berlin.de

Inhaltsverzeichnis

1	Abbildung durch Linsen.....	2
1.1	Konventionen	2
1.2	Geometrische Konstruktion des Strahlenverlaufs	2
2	Snellius'sche Brechungsgesetz	4
3	Aberrationsfehler.....	6
3.1	Sphärische Aberration	7
3.1.1	Korrekturmöglichkeiten	9
3.2	Astigmatismus.....	12
3.3	Koma	13
3.4	Bildfeldwölbung.....	14
4	Chromatische Aberration	16
5	Aperturblenden und Pupillen	20

1 Abbildung durch Linsen

Je nach Krümmungsradius und Brechungsindex einer Linse kann zwischen Sammellinsen (Positivlinse) und Zerstreuungslinsen (Negativlinsen) unterschieden werden. Sammellinsen haben die Eigenschaft, achsparallel auffallende Strahlen konvergent zu machen, so dass sie sich in einem (im Allgemeinen) auf der anderen Seite der Linse liegenden *reellen Bildpunkt* vereinigen. Durch Zerstreuungslinsen werden achsparallel auffallende Strahlen divergent gemacht, so dass sie von einem auf der Seite des einfallenden Lichtes liegenden *virtuellen Brennpunkt* herzukommen scheinen.

Für den Strahlenverlauf ist es gleichgültig, welche Richtung das Licht hat. Bei einer Punkt-zu-Punkt-Abbildung spielt es keine Rolle welcher der beiden Punkte der abbildende und welcher der abgebildete ist. Zwei paarweise auf diese Art verbundene Punkte nennt man auch *konjugierte Punkte*. Damit lässt sich eine allgemeine Definition der Brennpunkte formulieren: Der Brennpunkt F' ist der zu einem unendlich entfernten Gegenstandspunkt gehörende konjugierte Punkt, bzw. F der zu einem unendlich entfernten Bildpunkt gehörende konjugierte Punkt (Abbildung 1).

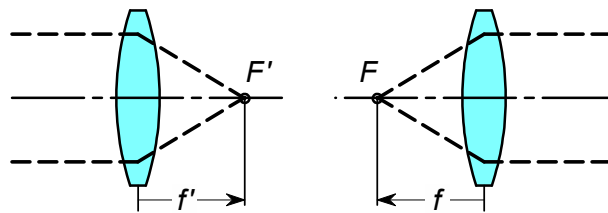


Abbildung 1: Brennpunkte an einer Positivlinse

1.1 Konventionen

Die Hauptebenen sind die Bezugspunkte von denen aus sämtliche Längen und Entfernungen gerechnet werden. Die objektseitigen Abstände, beispielsweise die Gegenstandsweite a und die objektseitige Brennweite f werden von der objektseitigen Hauptebene H aus gerechnet. Die bildseitigen Strecken (mit einem Apostroph gekennzeichnet) werden auf die bildseitige Hauptebene H' bezogen. Dabei gilt, dass sämtliche Strecken, die von einem Bezugspunkt oder -ebene aus in Lichtrichtung gemessen werden, positiv sind und umgekehrt. Ebenso sind auch alle Strecken, die oberhalb der Symmetrieachse verlaufen positiv. Die Objektweite a ist meistens negativ, die Brennweite f' einer Sammellinse immer positiv, die einer Zerstreuungslinse negativ. Alle Radien, deren Mittelpunkte rechts von ihrer Radiusfläche liegen, sind positiv, sonst sind sie negativ.

1.2 Geometrische Konstruktion des Strahlenverlaufs

Die Bildlage und Bildgröße kann bei gegebener Objekthöhe und -entfernung zeichnerisch mit Hilfe der Hauptebenen und der Brennpunkte auf einfache Weise bestimmt werden, ohne eine

analytische Berechnung der einzelnen Größen bzw. einer Berechnung des Strahlenverlaufs durchführen zu müssen. In Abbildung 2 ist das Verfahren veranschaulicht. Man benutzt dazu zweckmäßigerweise drei Strahlen, die von einem Punkt des abzubildenden Gegenstandes ausgehen:

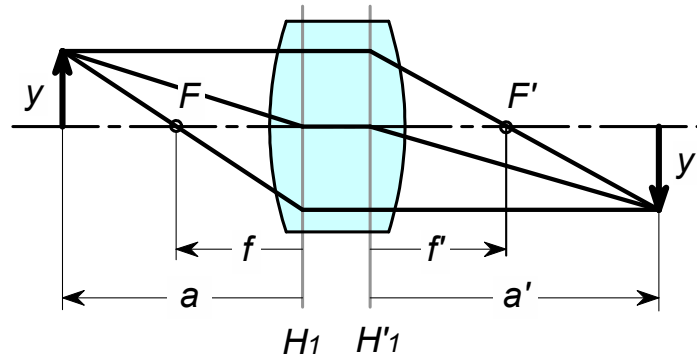


Abbildung 2: Geometrische Konstruktion des Strahlenverlaufs anhand einer Positivlinse

Jeder Punkt des Gegenstandes y wird mit Hilfe dieser Strahlen in die Punkte des Bildes y' überführt. Der Abstand des Gegenstandes von der Hauptebene heißt Gegenstandsweite a , der Abstand des Bildes von der Hauptebene heißt Bildweite a' . Die Bildweite hängt bei gegebener Objektweite von der Brennweite f' der Linse ab. Diese drei Größen werden durch die so genannte **Abbildungsgleichung** in Zusammenhang gebracht mit

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{a}.$$

An dieser Stelle sei an die Vorzeichenkonvention erinnert. In der Regel, wie auch in Abbildung 2, ist die Objektweite a negativ, wenn sich das Objekt „vor“ der Linse befindet, da die Weite von der Hauptebene H aus gemessen wird und gegen die Lichtrichtung zeigt.

Die Vergrößerung β der Abbildung berechnet sich aus folgender Gleichung:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}.$$

Hierin ist y die Objekthöhe und y' die Bildhöhe. y und y' haben in abbildenden Systemen häufig entgegengesetzte Vorzeichen, da das Bild meist auf dem Kopf steht. Daher ist auch β meist negativ, wobei $|\beta| > 1$ eine Vergrößerung und $|\beta| < 1$ eine Verkleinerung bedeutet.

Abbildung 3 zeigt den Buchstaben „L“ in verschiedenen Objektabständen a zu einer dünnen Linse und die daraus resultierenden Bildweiten und Bildgrößen. Befindet sich der Gegenstand im Unendlichen, so wird er in der Brennebene abgebildet (1) und ist unendlich klein. In einem Objektabstand von $-2f'$ ist auch die Bildweite $2f'$ (2). Das Bild hat dann die gleiche Größe wie das Objekt, nur dass es auf den Kopf gestellt ist ($\beta = -1$). Für alle Objektweiten, die zwischen $-2f'$ und unendlich liegen, ist die Bildgröße y' kleiner als die Objektgröße y , d.h. $|\beta| < 1$. Für

alle Objektweiten zwischen $-2f'$ und $-f'$ findet hingegen eine Vergrößerung statt. Ist der Objektabstand kleiner als die Brennweite (4), so ergibt sich ein virtuelles Bild. Es wird weiterhin deutlich, dass Objekt und Bild sich stets in gleiche Richtung bewegen; rückt das Objekt näher an die Linse (bis zum Brennpunkt), so bewegt sich das Bild von ihr weg und umgekehrt.

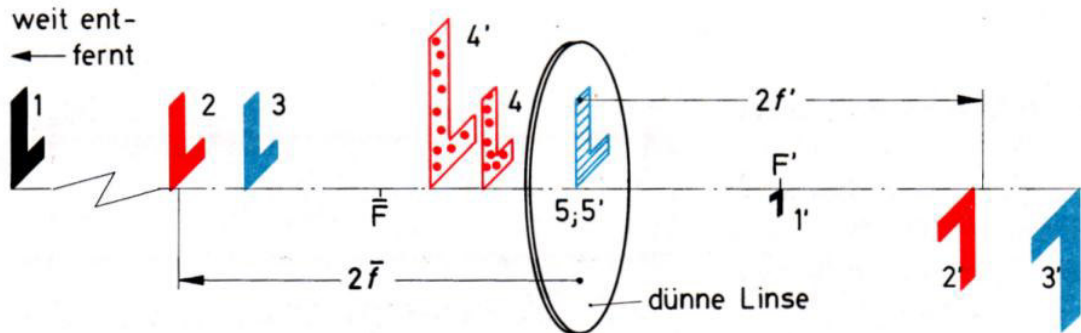


Abbildung 3: Bildlage und Bildgröße in Abhängigkeit des Objektabstands

- | | |
|------------------------------|------------------|
| 1) $a = -\text{unendlich}$, | 2) $a = -2f'$ |
| 3) $-2f' < a < -f'$, | 4) $-f' < a < 0$ |

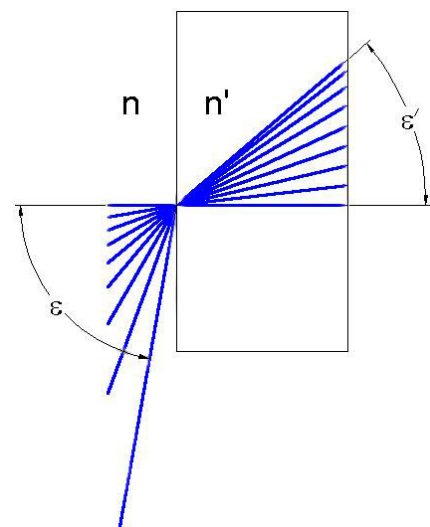
2 Snellius'sche Brechungsgesetz

Ein Strahl verändert seine Ausbreitungsrichtung bei senkrechtem Einfall auf eine optische Grenzfläche nicht. Je größer aber der Einfallswinkel ε (bezogen auf das Lot) ist, desto stärker werden Strahlen an einer optischen Grenzfläche gebrochen. Dieses Brechungsverhalten ist nach dem Snellius'schen Brechungsgesetz nicht-linear:

$$n \cdot \sin(\varepsilon) = n' \cdot \sin(\varepsilon')$$

hierin ist n der optische Brechungsindex des Mediums und ε der Einfallswinkel (bezogen auf das Einfallslot).

Das nicht-lineare Brechungsverhalten ist der Grund vieler Abbildungsfehler von Linsen oder Linsensystemen, was anhand der folgenden Abbildungen veranschaulicht werden soll. Abbildung 4 zeigt den Strahlenverlauf an einer Grenzfläche mit sphärischer Oberfläche. Die Strahlen, die weit von der optischen Achse entfernt liegen, treffen unter einem größeren Einfallswinkel ε auf die Oberfläche als die achsnahen Strahlen. Dies führt dazu, dass die achsfernen Strahlen stärker gebrochen werden und die optische Achse an einer anderen Stelle schneiden als die achsnahen Strahlen.



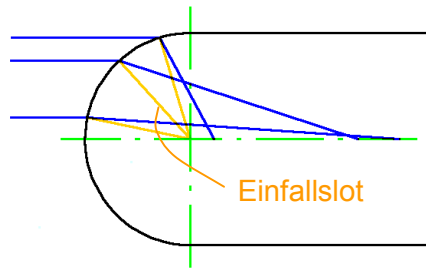


Abbildung 4: Strahlenverlauf gemäß des Snellius'schen Brechungsgesetzes

Würde man hingegen das Brechungsgesetz linearisieren zu dem Ausdruck $n \cdot \varepsilon = n' \cdot \varepsilon'$, so ergäbe sich ein wesentlich vorteilhafterer Strahlenverlauf. Abbildung 5 zeigt den gleichen Aufbau wie in der vorangegangenen Abbildung, allerdings werden die Strahlen gemäß der genannten linearen Vorschrift gebrochen. Unabhängig von der Schnitthöhe der Strahlen (Entfernung zur Achse) treffen sich die Strahlen annähernd in einem gemeinsamen Punkt. Der Vergleich der beiden Abbildungen verdeutlicht den Einfluss des nichtlinearen Brechungsverhaltens.

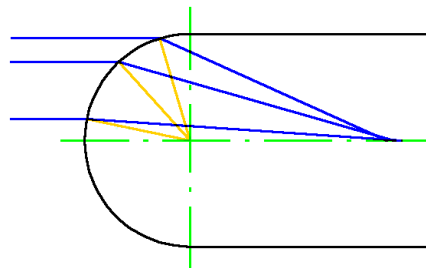


Abbildung 5: Strahlenverlauf bei einer Linearisierung des Brechungsgesetzes

Die Sinusfunktion lässt sich zu einer Taylor-Reihe entwickeln und lautet

$$\sin(\varepsilon) = \varepsilon - \frac{1}{3!} \cdot \varepsilon^3 + \frac{1}{5!} \cdot \varepsilon^5 \dots$$

In Abbildung 6 sind die Taylor-Reihen mit verschiedenen Ordnungen dem tatsächlichen Verlauf der Sinusfunktion gegenübergestellt. Die Linearisierung des Brechungsgesetzes, mathematisch gesehen bedeutet das den Abbruch der Taylor-Entwicklung bereits nach dem ersten Glied, spiegelt nicht das tatsächliche Verhalten von Lichtstrahlen an optischen Grenzflächen wider. Allerdings ist sie als Näherung insbesondere für kleine Winkel ε zulässig und hinreichend genau. Für kleine ε gilt dann

$$\sin(\varepsilon) \approx \varepsilon$$

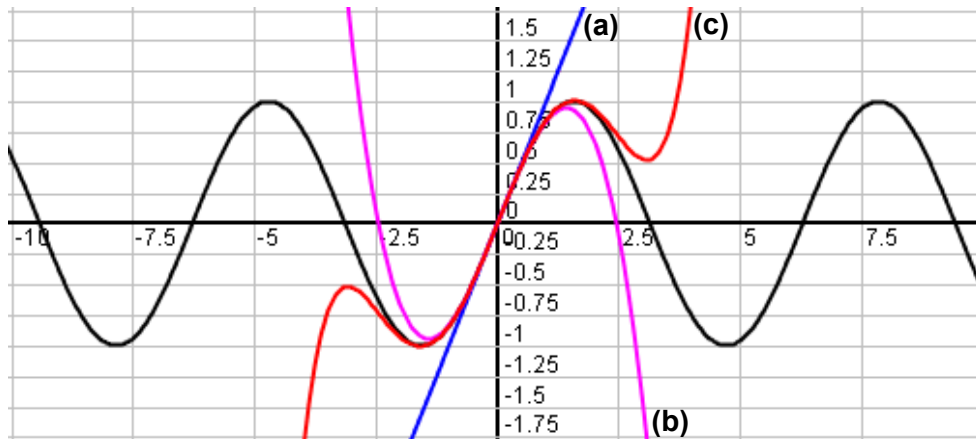


Abbildung 6: Taylor-Reihen verschiedener Ordnungen im Vergleich zur Sinusfunktion

(a) linearisiert mit $\sin(\varepsilon) = \varepsilon$

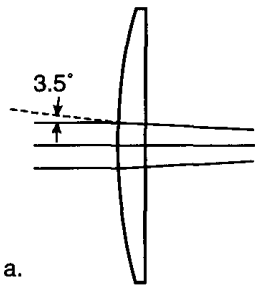
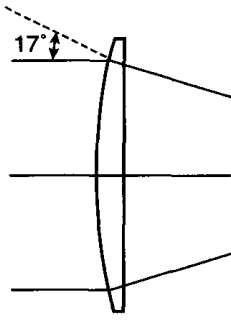
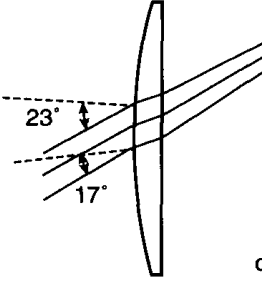
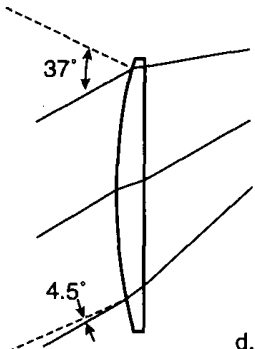
(b) dritter Ordnung mit $\sin(\varepsilon) = \varepsilon - \frac{1}{3!} \cdot \varepsilon^3$

(c) fünfter Ordnung mit $\sin(\varepsilon) = \varepsilon - \frac{1}{3!} \cdot \varepsilon^3 + \frac{1}{5!} \cdot \varepsilon^5$

Diese Annahme gilt, wenn achsparallele Strahlen mit einem kleinen Bündeldurchmesser auf eine Linse treffen und somit der Winkel ε klein bleibt. Man spricht dann von einer **paraxialen Optik**. Viele der analytischen Gleichungen der abbildenden Optik, beispielsweise die Abbildungsgleichung (siehe oben), gelten nur für den paraxialen Bereich.

3 Aberrationsfehler

Die hier genannten Aberrationsfehler basieren auf der Nichtlinearität des Brechungsgesetzes und zwar insbesondere auf dem Term dritter Ordnung der Taylor-Reihe $[(1/3!) \cdot x^3]$ und teilweise auch noch der höheren Ordnungen. Diese Fehler werden daher auch als Fehler dritter Ordnung bezeichnet, bzw. nach der Person benannt, die sie erstmals formuliert hat, die Seidel'schen Aberrationsfehler. Je nach Durchmesser und Einfallswinkel der betrachteten Strahlenbündel lassen sich verschiedene Aberrationsfehler (Abbildungsfehler) differenzieren, die im Folgenden etwas näher beschrieben werden.

 <p>a.</p> <p>Nahezu keine Aberrationsfehler Achsparallele Strahlen mit geringem Bündeldurchmesser (Paraxialgebiet)</p>	 <p>b.</p> <p>Sphärische Aberration Achsparallele Strahlen mit großem Bündeldurchmesser</p>
 <p>c.</p> <p>Astigmatismus Nicht-achsparallele Strahlen mit geringem Bündeldurchmesser</p>	 <p>d.</p> <p>Koma Nicht-achsparallele Strahlen mit großem Bündeldurchmesser</p>

3.1 Sphärische Aberration

Optische Linsen aus Glas oder Kunststoff werden meist mit sphärischen Oberflächen (Schnitt aus einer Kugel) gefertigt. Grund hierfür ist, dass sphärische Oberflächen deutlich einfacher herzustellen sind als nicht sphärische (sog. Asphären), weshalb bis vor wenigen Jahren fast alle Linsen mit sphärischen Oberflächen gefertigt wurden. In den letzten zehn Jahren wurden jedoch neue Verfahren entwickelt, welche die Herstellung von asphärischen Flächen in vielen Bereichen der Optik möglich macht. Diese Form der sphärischen Oberflächenkrümmung ist jedoch nicht die ideale Form, um Licht zu fokussieren und zeigt sphärische Aberrationen. Diese führen je nach Brennweite (bzw. Brechzahl) der Linse zu einer teils erheblichen Verschlechterung der Abbildungseigenschaften.

Unter sphärischer Aberration (auch als Öffnungsfehler bezeichnet) versteht man einen Abbildungsfehler bei einer sphärischen Linse, bei der Randstrahlen anders fokussiert werden als mittig einfallende Lichtstrahlen. Während bei einer idealen Linse die von einem Objektpunkt ausgehenden Lichtstrahlen in einem einzigen Bildpunkt gesammelt werden, kommt es infolge

der sphärischen Aberration zu einer Aufweichung des Bildpunktes, d.h. die Lichtstrahlen werden nicht in einem einzigen Punkt sondern in einer kleinen Fläche gesammelt. Dadurch entsteht eine Unschärfe im Bild. Dieser Effekt tritt bei gleicher Brennweite umso stärker in Erscheinung, je größer der Durchmesser des eintreffenden Strahlenbündels ist, d.h. je lichtstärker ein Objektiv ist.

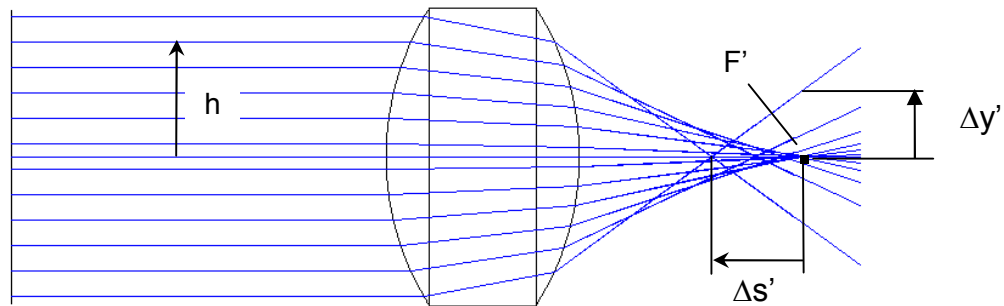


Abbildung 7: sphärische Aberration

Den Abstand zwischen dem Brennpunkt der äußersten Randstrahlen und dem paraxialen Brennpunkt F' nennt man sphärische Längsaberration ($\Delta s'$). Den Radius des Kreises, der im paraxialen Brennpunkt F' liegt, nennt man sphärische Queraberration ($\Delta y'$). Trägt man $\Delta y'$ in Abhängigkeit der Schnitthöhe h auf, so ergibt sich der in Abbildung 8 dargestellte Verlauf. Gemäß der Vorzeichenkonvention sind alle Größen, die oberhalb der optischen Achse liegen positiv und alle Größen, die unterhalb liegen negativ. Da die Strahlen, die oberhalb der Achse (positive h -Werte) die Bildebene im paraxialen Fokus F' unterhalb der Achse schneiden, ergeben sich für positive Schnitthöhen negative $\Delta y'$ Werte (siehe Abbildung). Je steiler der Kurvenverlauf ist, desto geringer ist die sphärische Queraberration.

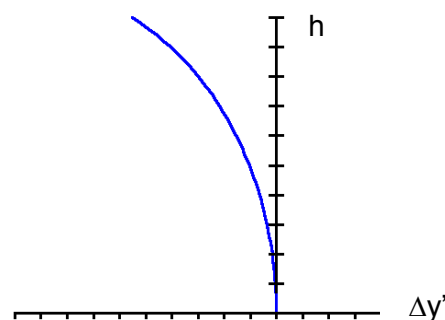


Abbildung 8: sphärische Queraberration $\Delta y'$ in Abhängigkeit der Schnitthöhe h im ray fan

Die Abbildungsfehler sphärischer Linsen können weitgehend vernachlässigt werden, solange der Bildfeldwinkel w und die Blendenzahl k (Brennweite f' dividiert durch Aperturdurchmesser d_{EP}) groß ist, da dann auch die Schnitthöhen h gering sind. Grund hierfür ist die

paraxiale Näherung, bei dem der Sinus eines Winkels für kleine Winkel mit dem Winkel selbst angenähert werden kann, woraus sich ein näherungsweise lineares Verhalten ergibt. Häufig ist die Blendenzahl aber aufgrund der Leuchtstärke des abzubildenden Objekts und der Empfindlichkeit des Bildaufnehmers festgelegt. Daher müssen andere Möglichkeiten gefunden werden, um die Aberrationsfehler zu reduzieren.

3.1.1 Korrekturmöglichkeiten

Zur Korrektur der sphärischen Aberration stehen verschiedene Hilfsmittel zur Verfügung. Soll nur eine einzige sphärische Linse mit einer gegebenen Brennweite f' verwendet werden, so lässt sich die sphärische Aberration durch die Form der Linse (bei konstanter Brennweite!) wesentlich beeinflussen.

Die Brennweite f' einer Linse ist abhängig von den Radien und dem Brechungsindex der Linse. Für eine dünne Linse gilt

$$f' = \frac{1}{n-1} \cdot \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}$$

hierin sind r_1 und r_2 der vordere und hintere Radius der Linse. Alle Radien, deren Mittelpunkte rechts von ihrer Radiusfläche liegen, sind positiv, sonst sind sie negativ. Um eine gewünschte Brennweite bei gegebenem Brechungsindex zu erzielen können verschiedene Radien r_1 und r_2 gewählt werden.

In Abbildung 9 sind verschiedene Linsen mit gleicher Brennweite aber unterschiedlichem Formfaktor X dargestellt. Der Formfaktor gibt Auskunft über das Verhältnis der beiden Linsenradien.

$$X = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1}$$

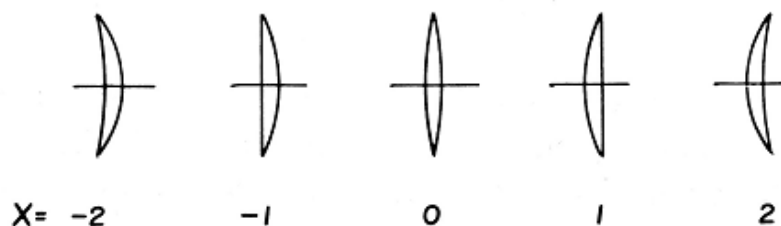


Abbildung 9: Verschiedene Linsen mit gleicher Brennweite aber unterschiedlichem Formfaktor X

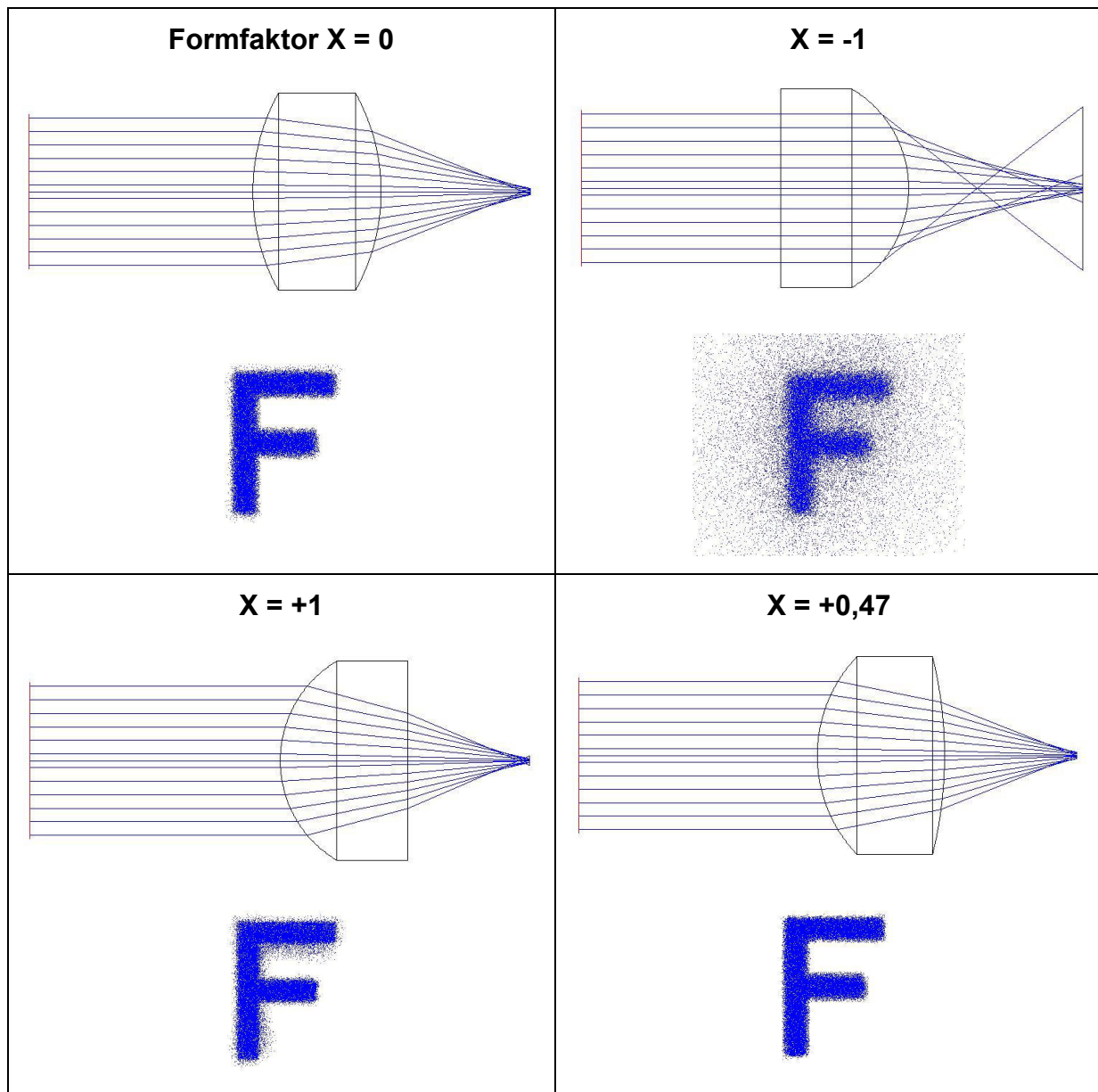


Abbildung 10: *Strahlenverläufe und sphärische Aberrationsfehler von Linsen mit gleicher Brennweite aber unterschiedlichem Formfaktor X*

In Abbildung 10 sind die Strahlenverläufe von Linsen mit gleicher Brennweite aber unterschiedlichem Formfaktor X dargestellt. Am ungünstigsten von den vier dargestellten Formen erweist sich bei parallel ankommenden Strahlen (Objekt befindet sich im Unendlichen) die plankonvexe Linse mit dem Formfaktor $X = -1$. Grund hierfür ist, dass die Strahlen unverändert die erste Linsenoberfläche passieren. Die gesamte Brechkraft der Linse liegt somit in der zweiten Oberfläche. Wird die Linse herumgedreht ($X = +1$), so erkennt man, dass die Strahlen an beiden Oberflächen gebrochen werden, in diesem Fall etwas stärker an der vorderen Fläche, und damit die sphärische Aberration abnimmt. Ein Minimum der sphärischen Aberration erhält man, wenn die Brechkraft gleichmäßig auf beide Linsenoberflächen verteilt wird. Dies

geschieht bei parallelem Licht am besten mit dem Formfaktor $X = +0,47$. Werden hingegen Gegenstände abgebildet, die nicht im Unendlichen liegen, so treffen nicht parallele sondern mehr oder weniger stark divergierende Strahlen auf die Linse. Der optimale Formfaktor der Linse hängt dann unter anderem von der Objektentfernung ab.

In Abbildung 11 ist der Einfluss der Linsenform auf die sphärische Queraberration $\Delta y'(h)$ dargestellt. Die ersten vier Linsen entsprechen den Bauformen mit sphärischen Oberflächen aus Abbildung 10. Die Linse mit $X = +0,47$ hat die geringste sphärische Queraberration. Reicht bei einer Einzellinse mit sphärischen Flächen eine Anpassung des Formfaktors nicht aus, so lässt sich die sphärische Aberration nur noch durch asphärische Flächen (ellipsoid- oder hyperbelförmig) reduzieren (Linsen 5 und 6).

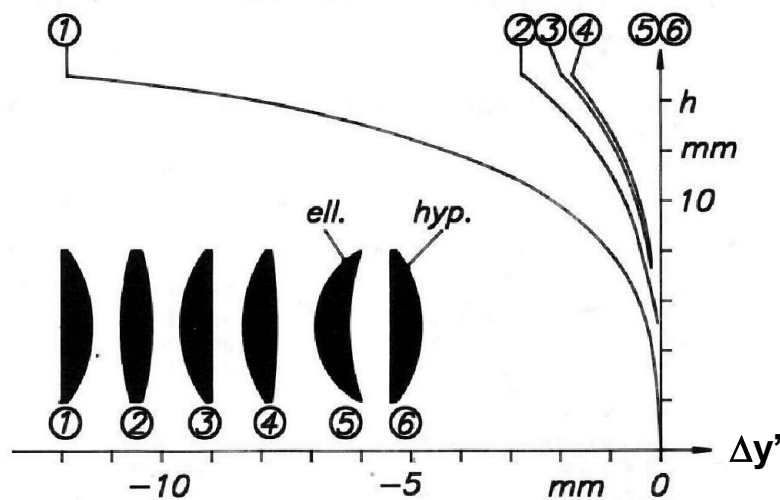


Abbildung 11: Einfluss der Linsenform auf die sphärische Queraberration $\Delta y'$

(1) $X = -1$, (2) $X = 0$, (3) $X = +1$, (4) $X = +0,47$

Wie aus Abbildung 11 hervorgeht, lassen sich erhebliche Verbesserung der Abbildungseigenschaften durch den Einsatz von asphärischen Linsen erzielen. Diese passen die Krümmung der Oberfläche in den Randbereichen so an, dass die sphärischen Aberrationen weitgehend oder gänzlich vermieden werden. Mit der Entwicklung neuartiger Fertigungsmethoden, wie beispielsweise hochgenauen Diamant-Drehmaschinen, können hochoptimierte asphärische Oberflächen gefertigt werden. Das Schleifen von asphärischen Linsen ist dennoch kompliziert weshalb Objektive mit diesen Linsen auch sehr teuer sind.

Eine weitere Möglichkeit zur Reduktion der Aberrationsfehler besteht darin mehrere sphärische Linsen zu verwenden. Hier lässt sich die Brechkraft auf eine Vielzahl von Grenzflächen verteilen, so dass an jeder einzelnen Grenzfläche der Winkel ε möglichst klein wird.

3.2 Astigmatismus

Um sich mit den Eigentümlichkeiten dieses Fehlers vertraut zu machen, sind zwei Definitionen notwendig:

Tangentialebene (Meridionalebene): Die Ebene, die die optische Achse und einen nicht auf der Achse gelegenen Objektpunkt enthält.

Sagittalebene: Die Ebene die Senkrecht zur Tangentialebene steht und den Hauptstrahl (Strahl durch die Mitte der Aperturblende) enthält.

Der abzubildende Punkt liegt in der Meridionalebene nicht auf der optischen Achse, so dass die Strahlen schräg auf die Linse einfallen. Betrachtet man das Strahlenbündel aber von oben (in der Sagittalebene), so liegt der abzubildende Punkt auf der optischen Achse. Da die Lichtbündel in der Meridionalebene mit anderen Winkeln ε auf die Linse auftreffen als in der Sagittalebene, ergeben sich für beide Ebenen unterschiedliche Brennweiten. Bezogen auf die Abbildung eines außersaxialen Objektpunktes bedeutet dies, dass es für die Strahlen der Meridionalebene einen anderen Bildpunkt gibt, als für die Strahlen der Sagittalebene.

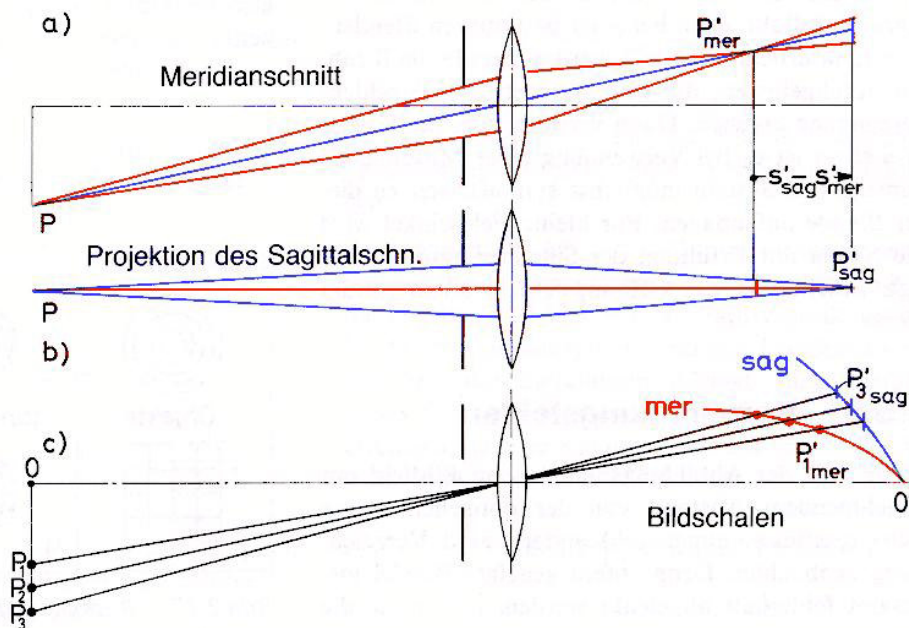


Abbildung 12: Astigmatismus

Bringt man die Bildebene in den meridionalen (= tangentialen) Fokus, so ist das Bild in der meridionalebene unscharf. Ein Punkt wird in dieser Ebene (siehe Abbildung 13b) als horizontale Linie dargestellt. Im sagittalen Fokus wird ein Punkt als eine vertikale Linie (d) abgebildet. In den Bereichen davor und dahinter ergeben sich mehr oder weniger elliptische Unschärfeflecke (a, c und e).

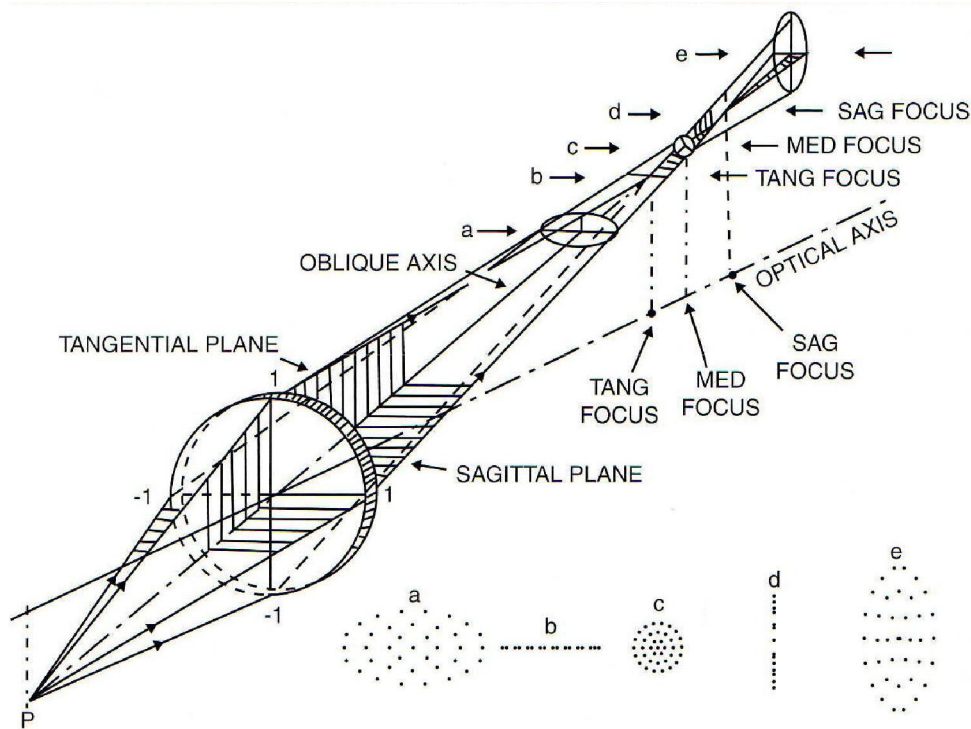


Abbildung 13: Astigmatismus

3.3 Koma

Die Koma, auch Asymmetriefehler genannt, tritt umso verstärkt auf, je größer der Feldwinkel und je größer die Apertur (Blendenöffnung) ist. Sie verdankt ihren Namen dem folgenden Phänomen: Schräg auf eine Linse auftreffende Lichtstrahlen verstärken noch einmal die sphärische Aberration. Die Lichtpunkte werden nicht mehr kreisförmig oder als runde Unschärfe-Scheiben, sondern einseitig auslaufend abgebildet (kometenförmig, siehe Abbildung 14, Mitte). Der Kometenschweif ist dabei immer vom Bildmittelpunkt weg ausgerichtet und fällt insbesondere in den Bildecken auf, da hier der Strahlenwinkel am größten ist. Die Koma nimmt mit größer werdenden Feldwinkeln zu. Auch die Koma kann durch Abblenden reduziert werden. Gut zu sehen ist dieser Fehler bei Astroaufnahmen, bei denen einfache Objektive weit geöffnet verwendet wurden.

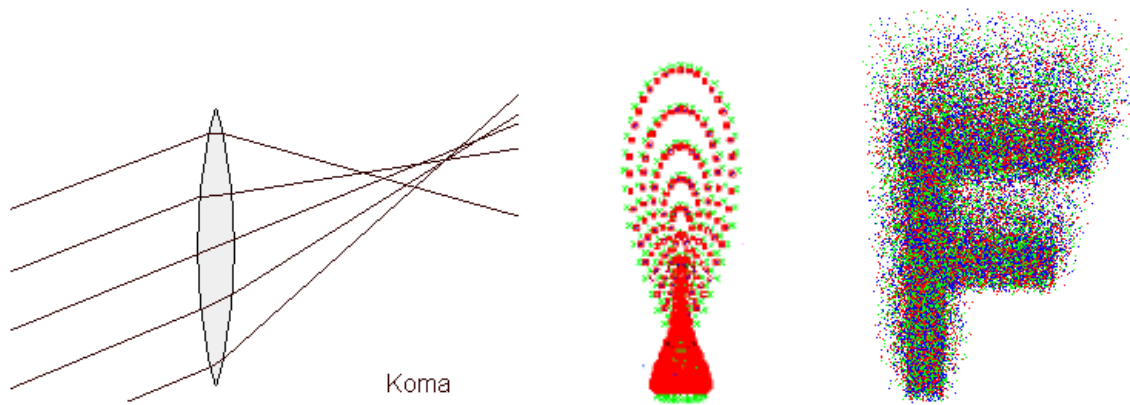


Abbildung 14: Strahlenverlauf bei Koma (links), Spotdiagramm (Mitte) und Bild mit Komafehler (rechts)

3.4 Bildfeldwölbung

Zum besseren Verständnis der Bildfeldwölbung soll Abbildung 15 dienen. Ein kugelförmiger Objektausschnitt σ_o wird durch die Positivlinse auf den kugelförmigen Bildausschnitt σ_B abgebildet. Beide Kugeln haben ihren Mittelpunkt in O . Aus der Abbildungsgleichung (siehe Abschnitt 1.2) wissen wir, dass eine Bewegung des Objektes von der Linse weg eine Bewegung des Bilds in dieselbe Achsrichtung, d.h. in Richtung der Linse bewirkt. Wird nun als σ_o zu einer Ebene eingeebnet, so werden alle Objektpunkte von der Linse wegbewegt, und zwar um so mehr, je größer der Feldwinkel ist. Entsprechend nähern sich die korrespondierenden Bildpunkte ausgehend von der kugelförmigen Ebene σ_B der Linse entsprechend an und bilden eine parabolische Bildschale, die so genannte Petzvalschale σ_P . Die Bildpunkte einer ebenen Objektfläche rücken also, mit wachsendem Abstand h von der optischen Achse, immer dichter an die abbildende Linse heran.

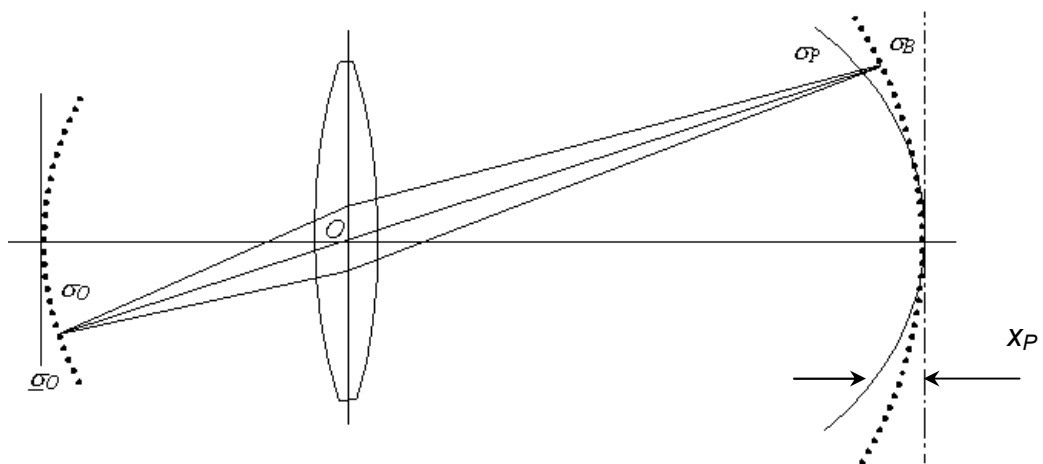


Abbildung 15: Bildfeldkrümmungen bei kugelförmigem und ebenem Objekt

Hat man eine einzige Linse, so beträgt die axiale Abweichung Δx_p zwischen der Petzvalschale und der ebenen Bildfläche in Abhängigkeit von der Bildhöhe y'

$$\Delta x_p = \frac{y'^2}{2} \cdot \frac{1}{n \cdot f}$$

Normalerweise sind die Bildaufnehmer (Film, CCD-Chip, CMOS-Chip) ebene Flächen. Das Ziel bei der Auslegung von Objektiven besteht darin, das Bild in einer Ebene abzubilden. Daraus ergibt sich die Forderung bei einer Einzellinse $\Delta x_p = 0$ und somit

$$\frac{1}{n \cdot f} = 0$$

Die Brennweite f ist vorgegeben durch die optischen Randbedingungen. Je größer aber n gewählt wird, desto kleiner wird der Bruch und damit die Krümmung der Petzvalschale. Bei Linsensystemen wird die axiale Abweichung Δx_p berechnet durch

$$\Delta x_p = \frac{y'^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{n_1 \cdot f_1} + \frac{1}{n_2 \cdot f_2} + \frac{1}{n_3 \cdot f_3} + \dots \right)$$

wobei n_i die Brechungsindizes und f_i die Brennweiten der einzelnen Linsen kennzeichnet. Kombiniert man nun beispielsweise eine Positivlinse (Sammellinse, $f_1 > 0$) und eine Negativlinse (Streulinse, $f_2 < 0$) zu einem Linsensystem mit einer positiven Gesamtbrennweite, so erhalten die Brüche in der obigen Gleichung entsprechend dem Vorzeichen der Brennweite auch unterschiedliche Vorzeichen und können sich theoretisch gegenseitig aufheben. In der Regel hat die einzelne Positivlinse jedoch eine stärkere Brechkraft (kleinere Brennweite) als die Negativlinse, wenn ein positives Gesamtsystem realisiert werden soll. Verwendet man nun für beide Linsen das gleiche Glas mit gleichem n , so ist der Bruch der Negativlinse vom Betrag her größer als der der Positivlinse. Um die Beträge der Brüche nun besser anzugleichen mit dem Ziel die Petzvalkrümmung zu reduzieren, sollte der Brechungsindex der Positivlinse daher möglichst groß sein. Auf diese Weise lässt sich die Petzvalkrümmung durch Mehrlinsensysteme reduzieren. Die Anordnung oder die Formgebung der einzelnen Linsen hat hingegen keinerlei Einfluss auf die Petzvalkrümmung.

An dieser Stelle wird deutlich wie wichtig es für die Entwicklung leistungsstarker Objektive ist, dass verschiedene Glassorten mit einer vergleichsweise großen Bandbreite an Brechungsindizes zur Verfügung stehen. Die Brechungsindizes von Kunststoffen beispielsweise bewegen sich hingegen nur in einem engen Bereich.

4 Chromatische Aberration

Unter chromatischer Aberration (auch als Farblängsfehler bezeichnet) versteht man einen farblichen (griechisch chromos = Farbe) Abbildungsfehler einer optischen Linse, der durch die unterschiedliche Brechungseigenschaft von Licht unterschiedlicher Wellenlänge entsteht. Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben wurde hängt die Brennweite einer Linse nicht nur von den Radien sondern auch von dem Brechungsindex n ab. Da der Brechungsindex bei allen Gläsern von der Wellenlänge λ abhängt (siehe nebenstehende Abbildung), ergeben sich für eine Linse je nach Farbe des Lichts unterschiedliche Brennweiten (siehe Abbildung 16). Kurzwelliges blaues Licht wird an einer Glasfläche stärker gebrochen als langwelliges rotes Licht und wird näher an der Linse fokussiert, die Brennweite ist geringer. Dort, wo beispielsweise das blaue Licht zum Fokus kommt, sind die grünen und roten Anteile des Lichts noch nicht scharf. Wird das Bild eines weißen Punktes in dieser Ebene aufgenommen, so erhält man einen kleinen fokussierten blauen Punkt in der Abbildung, der von einem Unschärfefleck der restlichen Farben umgeben ist. Dadurch entsteht ein Farbfehler im Bild derart, dass das Bild farbige Ränder (einen Farbsaum) erhält.

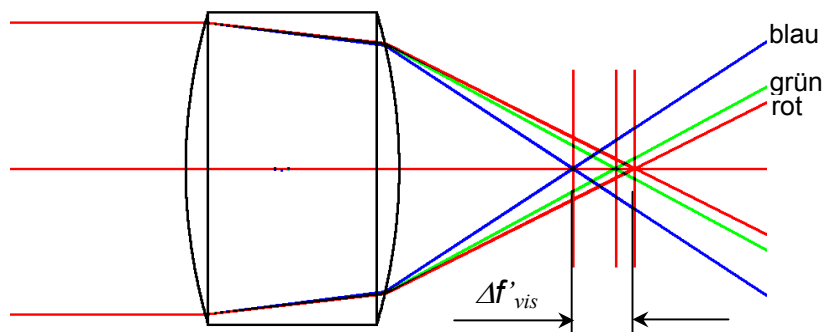
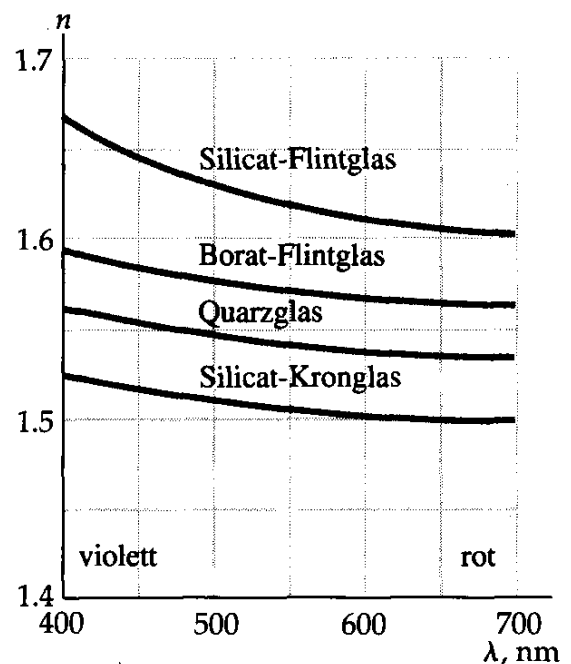


Abbildung 16: gesamte chromatische Längsaberration $\Delta f'_{vis}$ im sichtbaren Bereich

Abbildung 17 zeigt die Abhängigkeit der Brennpunktverschiebung $\Delta f'(\lambda)$ von der Wellenlänge λ . Die nominelle Brennweite einer Linse wird meist für eine mittlere Wellenlänge von 587,6 nm (grün) angegeben. Der gesamte Brennweitenunterschied bzw. die gesamte „chromatische Längsaberration“ im sichtbaren (englisch „visible“) Bereich $\Delta f'_{vis}$, ist ein Maß für die

chromatische Aberration und wird in der Regel im Wellenlängenbereich zwischen 486,1 nm (blau) und 656,3 nm (rot) ermittelt.

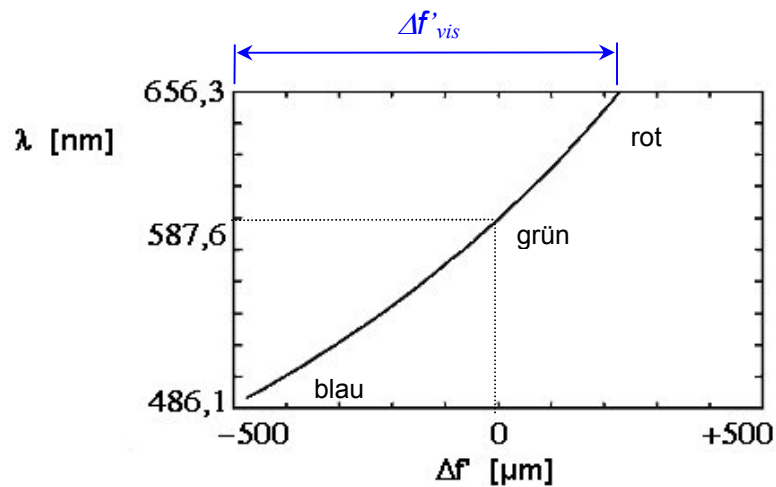


Abbildung 17: Abhängigkeit der Brennpunktverschiebung von der Wellenlänge einer Einzellinse

Die Dispersion, bzw. die $n(\lambda)$ -Abhängigkeit eines Glases ist materialabhängig. Ein verbreitetes, wenngleich nicht absolut exaktes Maß zur Quantifizierung der Dispersion eines Glases liefert die **Abbe'sche Zahl ν**

$$\nu = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

hierin stehen die Indizes für die Wellenlängen F: 486,1 nm, d: 587,6 nm, C: 656,3 nm. Die Brechzahldifferenz ($n_F - n_C$) heißt Hauptdispersion. Achtung: da der Term ($n_F - n_C$) im Nenner steht, bedeutet eine große Abbe'sche Zahl eine geringe Dispersion und umgekehrt!

Nach der Dispersion werden Gläser grob in zwei Gruppen eingeteilt. Alle Gläser mit $\nu < 50$ sind Flintgläser (starke Dispersion) und alle Glasarten mit $\nu > 55$ werden als Krongläser (geringe Dispersion) bezeichnet (siehe Abbildung 20). Krongläser mit großer Abbe'scher Zahl erzeugen daher auch geringere chromatische Längsaberrationen $\Delta f'(\lambda)$.

Den Effekt der chromatischen Aberration kann man vermindern, indem zwei Linsen aneinandergesetzt („verkittet“) werden, die derart beschaffen sind, dass sich deren unterschiedliche Brechungseigenschaften gegenseitig kompensieren. Der Fachbegriff für eine solche Linsenpaarung ist Achromat. Die Fortentwicklung solcher achromatischer Doppellinsen sind sogenannte apochromatische Linsen.

Ein Achromat besteht aus einer Negativ- und einer Positivlinse, die in der Regel unmittelbar miteinander verkittet werden. Für dünne Linsen ist der Linsenabstand e somit vernachlässigbar. Die Brechkraft Φ des Achromaten – die Brechkraft einer Linse ist der Kehrwert ihrer Brennweite f – ergibt sich unter dieser Voraussetzung aus der Summe der Einzelbrechkraft

$$\Phi_{\text{Achromat}} = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (\text{gilt nur für } e \approx 0).$$

Soll beispielsweise ein Achromat mit positiver Brennweite (Sammellinse) erzeugt werden, so muss die Brechkraft der Positivlinse größer sein, bzw. die Brennweite kleiner sein, als die der Negativlinse.

Während bei einer Positivlinse blaues Licht stärker konvergiert als rotes, divergiert bei einer Negativlinse das blaue Licht stärker. Kombiniert man nun beide Linsen, so lässt sich eine Kombination aus beiden Linsen finden, für die das blaue und rote Licht die gleiche Brennweite haben (siehe Abbildung 18).

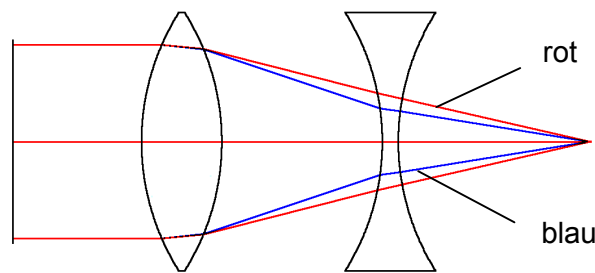


Abbildung 18: Korrektur der chromatischen Aberration durch die Kombination von Positiv- und Negativlinse. Zur Veranschaulichung mit großem Linsenabstand.

Die chromatische Aberration einer Linse hängt von der Abbe'schen Zahl und von der Brechkraft der Linse ab. Da nun die Brechkraft der Negativlinse Φ_2 eines positiv wirkenden Achromaten kleiner sein muss als die der Positivlinse Φ_1 , wäre bei gleichen Dispersionseigenschaften beider Gläser auch die chromatische Wirkung geringer als bei der Positivlinse, d.h. der blaue Brennpunkt des Achromat würde nach wie vor links vom roten Brennpunkt liegen. Um ihre schwächere Brechkraft zu kompensieren, muss daher die Negativlinse eine stärkere Dispersion (geringere Abbe'sche Zahl) aufweisen. Um die Brennpunkte von Blau und Rot zu vereinen muss daher für die beiden Linsen gelten:

$$\Phi_1 = \left(\frac{\nu_1}{\Delta\nu} \right) \cdot \Phi_{\text{Achromat}}$$

$$\Phi_2 = - \left(\frac{\nu_2}{\Delta\nu} \right) \cdot \Phi_{\text{Achromat}} .$$

hierin ist $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$. Je größer der Dispersionsunterschied $\Delta\nu$ der beiden Gläser ist, um so größer ist auch der Unterschied der beiden Einzelbrechkräfte. Dies hat den Vorteil, dass die Negativlinse für einen positiven Achromaten relativ schwach sein kann. An dieser Stelle wird deutlich wie wichtig es für die Entwicklung leistungsstarker Objektive ist, dass Glassorten mit einer großen Bandbreite der Abbe'schen Zahl zur Verfügung stehen.

Abbildung 19 zeigt den Verlauf von $\Delta f'(\lambda)$ eines Achromaten, für den die Brennpunkte für Rot und Blau vereint sind. Im dazwischen liegenden Wellenlängenbereich ergeben sich trotz der Korrektur chromatische Längsaberrationen, die aber im Vergleich zu den Aberrationen einer Einzellinse um eine Größenordnung geringer sind (vergleichen Sie die Bemaßung der x-Koordinaten in Abbildung 17 und Abbildung 19).

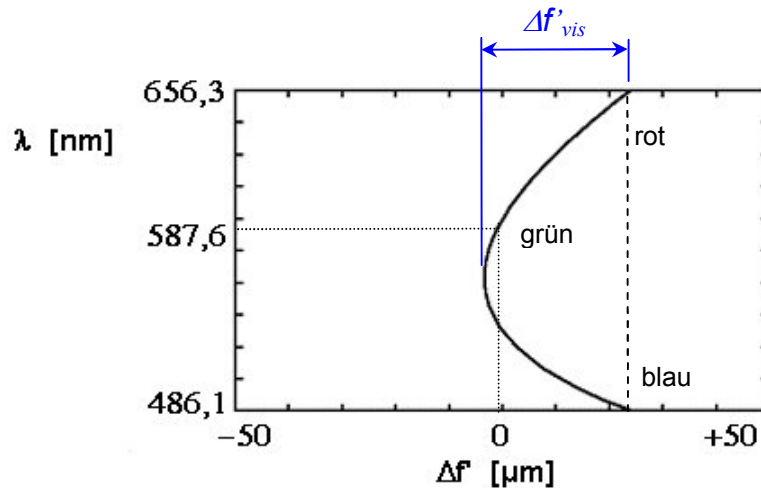


Abbildung 19: Abhängigkeit der Brennpunktverschiebung von der Wellenlänge eines Achromaten. Blau und Rot haben denselben Brennpunkt

Ein Achromat lässt sich auch für andere Farben als Blau und Rot korrigieren, indem man zur Berechnung der Abbe'schen Zahl die Brechungsindizes bei anderen Wellenlängen verwendet. Werden drei Linsen verwendet, so lässt sich der Brennpunkt für drei Wellenlängen korrigieren. Derartige Linsen werden als Apochromaten bezeichnet. Die maximale chromatische Längsaberration wird im Vergleich zu einem Achromaten weiter reduziert.

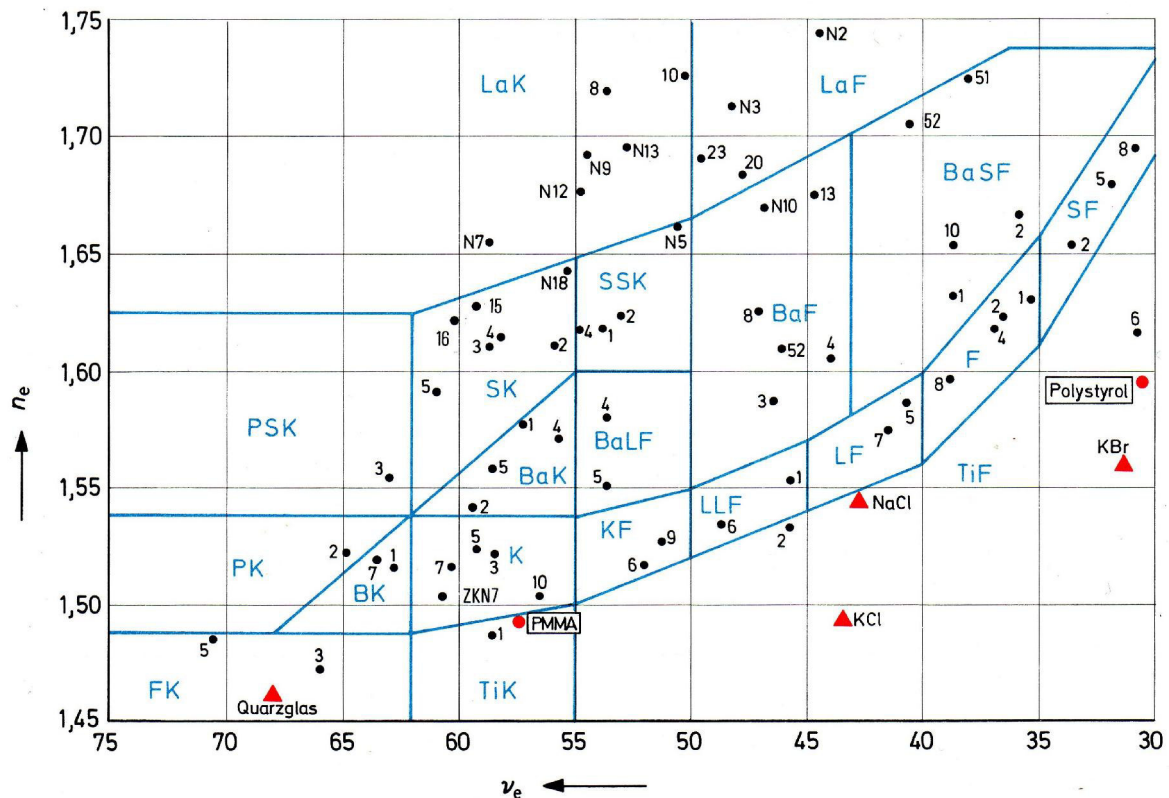


Abbildung 20: Glaskarte mit dem Brechungsindex über der Abbe'schen Zahl

5 Aperturblenden und Pupillen

Aperturblenden dienen der Begrenzung des Lichtbündels und bestimmen damit maßgeblich die Lichtstärke eines optischen Systems. Weiterhin lassen sich, wie bereits angesprochen, durch die Beschränkung auf kleine Bündeldurchmesser einige der auftretenden Aberrationen verringern.

Die Aperturblende ist das mechanische Bauteil, welches das Lichtbündel einschränkt. Die einfachste Ausführung besteht aus einem dünnen Metallplättchen mit zentralem Loch. In einigen Fällen dienen auch die Linsenfassungen als Aperturblende. Soll die Lichtstärke variabel sein, muss die Größe des Lichtdurchlasses geändert werden können. Das wahrscheinlich bekannteste Beispiel hierfür ist die Irisblende, die in vielen Fotoapparaten zum Einsatz kommt.

Ein anderer wichtiger Begriff ist die Pupille. Wie jedes andere Objekt, wird auch die Aperturblende durch das optische System abgebildet. Betrachtet man die Optik vom Objekt aus, sieht man das objektseitige Bild der Aperturblende, welches als Eintrittspupille bezeichnet wird. Das Abbild auf der Bildseite heißt Austrittspupille. Für Lichtstärke, Beugung und andere Effekte ist die Größe der Eintrittspupille maßgeblich und nicht der Durchmesser der mechanischen Aperturblende. Ist die Aperturblende das erste Bauteil, ist sie mit der Eintrittspupille identisch, während sie mit der Austrittspupille übereinstimmt, wenn sie das letzte Element ist.

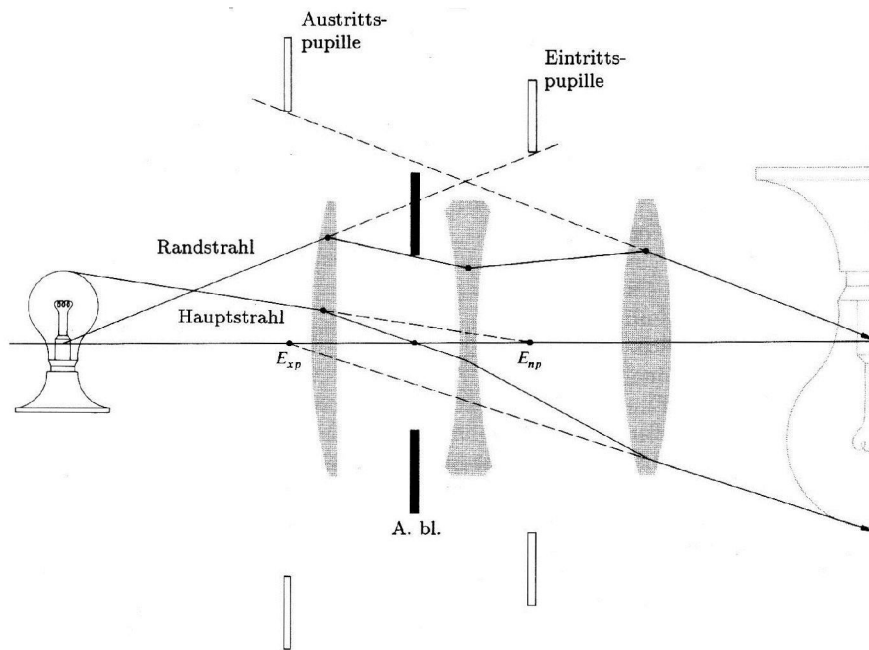


Abbildung 21: Apertublende und Pupillen

Zur Beschreibung wie lichtstark eine Optik ist dient die aus der Fotografie bekannte Blendenzahl k , die sich aus dem Eintrittspupillendurchmesser d_{EP} und der Brennweite f' berechnet.

$$k = \frac{f'}{d_{EP}}$$